

平成 28 年度 修士論文

DSGE モデルによる
社会資本老朽化のインパルスレスポンス分析

首都大学東京大学院

都市環境科学研究科

都市基盤環境学域

指導教授 石倉 智樹 准教授

学習番号 15885402

佐近 翔

目次

1	序論	1
1.1	はじめに	2
1.2	DSGE モデル	4
1.3	既往研究	5
1.4	研究目的	6
2	モデル構築	8
2.1	各経済主体の行動	9
2.2	急速な社会資本老朽化の定義	13
2.3	対数線形近似	14
2.4	モデルの解法	17
3	パラメータ推定	23
3.1	カルマンフィルター	24
3.2	MCMC 法	25
3.3	事前分布	28
3.3.1	データ	30
3.3.2	公共投資対 GDP 比	39
3.3.3	社会資本の生産性	40
3.4	事後分布	40
4	インパルスレスポンス分析	50
4.1	シナリオ設定	51
4.2	シナリオ 1	51
4.3	シナリオ 2	55
5	結論	62
5.1	本研究から得られたこと	63
5.2	問題点	63

第1章

序論

1.1 はじめに

1.2 DSGE モデル

1.3 既往研究

1.4 本研究の目的

1.1 はじめに

日本の社会資本は戦後以降、確実に整備が進められ、経済活動の活性化や人々の生活を豊かさに寄与してきた。社会資本のストック効果は、走行時間短縮や大気汚染物質の減少などの直接効果が存在し、また近年では国民の消費や労働の創出やサービスの向上といった間接効果を定量的に示す研究も盛んとなり、社会資本の重要性は増している。

しかし、日本に存在する多くの社会資本は1964年の東京オリンピックの頃に整備された首都高速1号線をはじめ、高度経済成長期に集中的に建設されたものである。よって例えば道路橋の場合、建設してから50年経過する社会資本の割合は約18%だが、10年に43%、20年後に67%とこの割合は急激に増える。道路橋のみならずトンネルなどの社会資本も同様のことが言え、この現象を社会資本の急速な老朽化と呼ぶ。

社会資本の耐用年数は約50年(図-1.2)であるものが多いが、このことは今後多くの社会資本が一斉に耐用年数に達することになる。よって、社会資本の予期せぬ毀損が発生する場合がある。

実際に過去にアメリカで急速な老朽化による被害が発生している。アメリカではニューディール政策で1930年代に多くの社会資本を建設したのだが、維持管理不足が原因で約50年後の1980代以降にマイアナス橋の落橋のように多くの社会資本が崩壊した。

日本も同様な被害は防がねばならない。しかし、現状を考えると「荒廃する日本」が発生する可能性は大きい。それは、全国社会資本の整備主体は都道府県、政令市、市区町村(例えば、約70万ある道路構造物(橋梁)に関しては94%)となっているのだが、特に市区町村は「財政力不足」、「職員不足」、「専門的知見の不足」や保全業務に携わっている土木技術者が非常に少ないなどの理由から、現在でも点検未実施の社会資本が多く存在している。今後社会資本の急速な老朽化や人口減少を迎えるにあって国がこれらの対策として多くの支援が考えられているが、点検不足による笹子トンネル崩壊事故のような事態を発生しかねない。

つまり、急速な老朽化は、多くの社会資本が耐用年数に近づくことによって、点検不足等により想定外な毀損を招く可能性は大きくなる。

表-1.1 建設後50年経過する社会資本の割合(出典:国土交通省)

社会資本	平成25年3月	平成35年3月	平成45年3月
道路橋(橋長2m以上の橋約70万のうち)	約18%	約43%	約67%
トンネル(約1万本)	約20%	約34%	約50%
河川管理施設(約1万施設)	約25%	約43%	約64%
下水道管きょ(総延長:約45万km)	約2%	約9%	約24%
港湾岸壁(約5千施設)	約8%	約32%	約58%

表-1.2 社会資本の耐用年数(出典:日本の社会資本 2012)

部門	推計(年)
道路	50
港湾	47
航空	16
鉄道建設・運輸設備 支援機構等	26
地下鉄等	33
公共賃貸住宅	62
下水道	45
廃棄物処理	23
水道	35
都市公園	28
文教施設(学校施設・学術施設等)	45
文教施設(社会教育施設・社会体育館施設・文化施設)	45
治水	48
治山	44
海岸	50
農林漁業(農業)	42
農林漁業(林業)	40
農林漁業(漁業)	50
郵便	18
国有林	33
工業用水道	37

社会資本の整備主体は国，都道府県，市町村，独立行政法人及び民間企業が存在するが，主として公的主体が整備している．更に計画から建設，維持，更新まで長期性を有し，ストックとしての寿命が長いという特徴がある．したがって，老朽化による寿命変動での経リスクが大きい．又，社会資本は公共投資によって建設され経済的に規模が大きい．よって国民の税金によって支えられている社会資本への支出に及ぶ影響も大きくなり，国民経済に影響を及ぼしかねない．

更に，地域別の社会資本ストック量や，社会資本の生産性も一定では無い(図-1.3)ことから，社会資本の老朽化による想定外の毀損がもたらす影響は地域別に異なると考えられる．社会資本の生産性とは，社会資本ストック額が1%変化したときに総生産が何%変化するかをしめしたものであり，多くの既往研究でこの値は地域ごとに異なると考えられる．

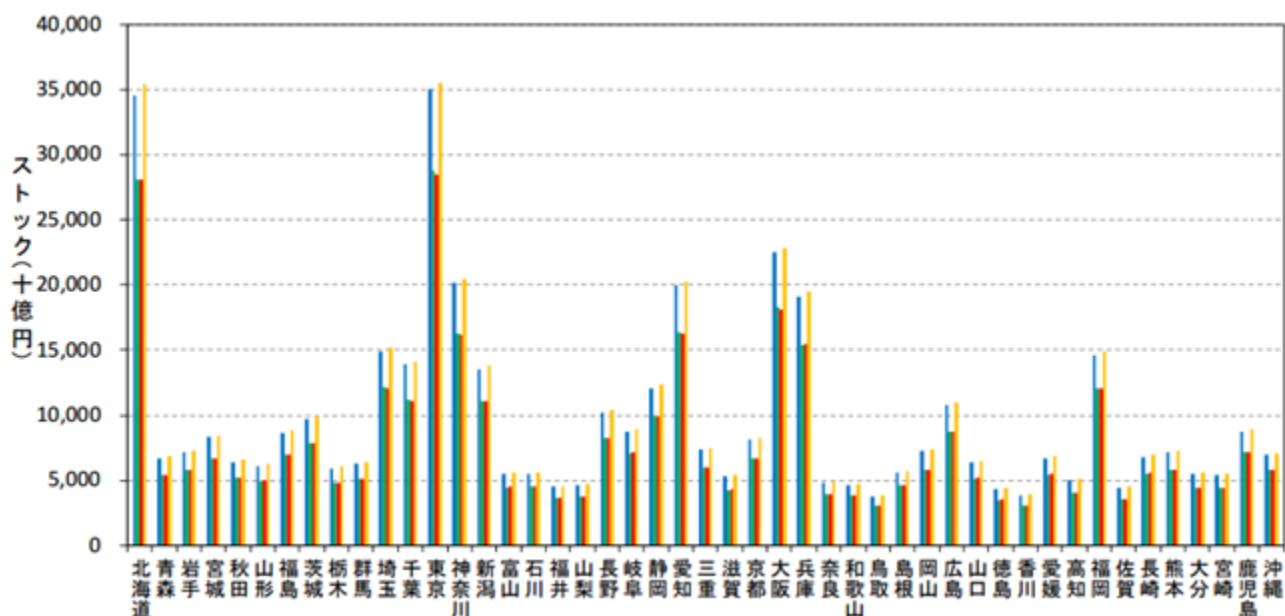


図-1.1 都道府県別の社会資本ストック(出典:日本の社会資本 2012)

1.2 DSGE モデル

従来,このような財政政策などのマクロ分析を分析するツールは,IS-LM分析やマクロ計量モデルであった。しかし,「ディープパラメータで特徴づけられていないモデルのパラメータは政策変更にも頑健ではなく,ミクロ的基礎付けがある経済主体を前提としたモデルでないと正しい分析が行われない」というルーカス批判を受けて,動学的確率的一般均衡 (Dynamic Stochastic General Equilibrium: 以下DSGEと呼ぶ) モデルが発展している。DSGEモデルは各経済主体が将来を見越して異時点間の行動の最適化を行う「動学的最適化」を考慮しているため,ルーカス批判を回避できる。ディープパラメータとは人々の効用関数や,企業の生産関数など計税のより深いところにあつて,政策の影響から独立であるパラメータのことである。

一般にモデルから得られる結果はモデルの中のディープパラメータに依存するため適切な値を設定する必要がある。従来ではモデルの値は既存研究から引用していたが,これではモデルのパラメータを不変として扱うため,推定期間が長い場合などパラメータの値は不安定になることが指摘されている。この問題はベイズ推定を用いることで解消される。DSGEモデルは合理的期待を求めると,その誘導系は状態空間モデルというシステムで記述されることになる。よってカルマンフィルターを用いて尤度関数を求めれば,あとは最尤法によってディープパラメータを推定できるが,尤度関数が単峰系の形で求めることができず,最適なパラメータが複数になることが多い。ここでベイズ推定を利用する。尤度関数に対して事前分布を掛け合わせることで事後分布の形を絞るのである。事後分布の式は複雑であり「解析的に求めることができないが,「数値的に求めることができる。「数値的に事後分布を求める方法の1つに近年主流になりつつある MCMC 法がある。

本研究では分析手法として、MCMC法によるパラメータ推定を行ったDSGEモデルを用いる。それは第一に国民経済の分析であるためマクロモデルを用いること、第二に社会資本は長期性が存在するため時間を考慮した動学的な分析を行うことが合理的であること、第三に経済ショックを明示的に扱っており考察が容易だということ、以上の理由からである。他の時系列分析のツールとしてVARモデルやVECモデルが存在するが、ミクロの基礎付けが存在せず、マクロ分析において因果関係やメカニズムを分析することが難しいことが上げられる。

1.3 既往研究

DSGE モデルは土木計画の分野でも、ベイズ推定を利用し社会資本を組み込んだ DSGE モデルに関する研究はいくつかなされている。代表的な研究である3つを以下で紹介する

江口(2011)²⁾

DSGE モデルを用いて、バブル崩壊後に行われた財政政策の効果について実証的な分析を行っている。標準的なモデルでは、政府支出増加による負の所得効果によって消費がマイナスに反応してしまうが多くの実証分析では政府支出の増大に対して消費はプラスに反応しており、理論と実証の間にミスマッチが存在している(これを政府支出パネルという)。そこで、社会資本の貯蓄を通じて正の資産効果を利用して消費が正の反応するように、モデル内に社会資本が組み込まれている。また、バブル崩壊後のデータを用いてパラメータ推定を行っている。

加藤ら(2012)⁵⁾

江口(2011)²⁾を参考に、過去に実施された財政政策の効果の検証を行い、財政政策がいかなる条件の下に、どの程度有効に効果が現れるのかを分析することを目的として、モデル内に time-to-build ラグを伴う公共投資を導入している。

小池(2012)⁶⁾

江口(2011)²⁾を参考に、2000年以降のデータをもとに、MCMC法によるベイズ推定によってディープパラメータを求め、経済がデフレーションであり、かつ流動性の罫の状態にある日本における公共投資、いわゆる財政政策の効果を明らかにしている。

1.4 本研究の目的

以上の既往研究から分かるように、土木計画の分野においても DSGE モデルを用いた研究は行われている。しかし、これらの研究の目的は全てバブル崩壊後の公共投資政策の効果を示す実証的な研究である。モデル内の社会資本の役割は江口(2011)²⁾で述べてあるように「政府支出パネル」の解消のためだけであり、民間資本同様の扱いつまり每期一定の割合の減耗を仮定している。背景で述べたとおり、社会資本は今後急速な老朽化による想定外な毀損の発生が危惧されている。

そこで、本研究では社会資本の急速な老朽化による想定外な毀損を表現できる DSGE モデルを新たに構築し、経済(本研究では消費, GDP, 民間投資, 資本レンタル料, 民間資本を指す)にどのような影響がどれだけの期間に渡って及ぼされるのか、また各地域でどのような影響の違いがあるのか分析する。構築するモデルは江口(2011)を参考にする。

研究手順

一般的に、DSGE モデルを用いた分析の手順は以下のような流れである。

- 1) 動学的最適化問題を解いて家計・企業の1階の最適条件を求める
- 2) モデルを定常状態周りで対数線形近似を行う
- 3) モデルのディープパラメータを設定する
- 4) 得られた線形連立差分方程式を解いて均衡動学経路を求める
- 5) 政策ショックを与えた場合の各変数のインパレスレスポンスを考察する

しかし、本研究ではパラメータ推定を行い、また地域別の分析を行う。そこで本研究は以下の流れで進める。

- 1) 社会資本の急速な老朽化による社会資本の想定外な毀損を表現した DSGE モデルの構築を行う
- 2) モデルを定常状態で対数線形近似を行う
- 3) 推定するパラメータの事前分布を作成、引用しベイズ推定を行う
- 4) 地域別に求めたパラメータより、均衡動学経路を求める
- 5) シナリオ分析を行い、各変数のインパレスレスを地域別に考察する

本研究の特徴は以下の通りである。

- (1) 社会資本の推移式の中に存在する社会資本減耗率というパラメータを外生的に上昇できるように表現している
- (2) 地域別のデータを用いてパラメータ推定を行っている
- (3) 各地域同一のモデル構造とシナリオ下で分析している

(1)について、減耗率とは予見された通常の使用に基づく摩損や減価償却等を示しており、既往研究では每期一定の割合で毀損すると仮定しているが、本研究ではこのパラメータを一時的に上昇させるような外生ショックを構築し、それを社会資本の急速な老朽化による想定外なストックの毀損とする。(2)について、本研究では構築したモデル構造が各地域に存在するとし、地域ごとにパラメータ推計を行う。よって地域の特性を示すのはパラメータの値だけとする。(3)について、シナリオは2つ存在しシナリオ1では、(1)で構築したショックだけによる経済への影響の分析を行う。シナリオ2では、シナリオ1と共に公共投資の増加を想定する。本研究のモデルでは公共投資対GDP比を示すパラメータが存在し、社会資本の減耗率同様に外生的にこのパラメータを上昇させる。つまり、社会資本の急速な老朽化による想定外な毀損が発生し、政府がそれを認識し公共投資を増加させた場合の各変数の動学経路を地域別に分析する。

論文構成

第2章では、本研究で構築するモデル構造について説明する。各経済主体についての行動、社会資本の急速な老朽化による想定外な毀損の定義、モデルの解法が主な内容である。

第3章では、パラメータ推定について詳しく述べる。カルマンフィルターとベイズ推定という統計手法、ベイズ推定を用いる際に重要になる事前分布の作成を引用、事後分布の解説を行う。

第4章では、シナリオ分析を行う。構築したモデルと推定した地域別のパラメータを用いて、2つのシナリオを通じて分析を行う。

第5章では、結論と今後の課題を述べる。

第 2 章

モデル構築

- 2.1 各経済主体の行動
- 2.2 社会資本老朽化の表現
- 2.3 対数線形近似
- 2.4 モデルの解法

2.1 各経済主体の行動

江口(2011)²⁾を参考に社会資本の老朽化による想定外なストックの毀損を想定した DSGE モデルを構築する．具体的は，社会資本の推移式の中にある社会資本の減耗率を示すパラメータを外生的に上昇させるような変数を経済ショックとして定義する．本研究の目的である社会資本の想定外なストックの毀損による影響を地域的に分析する方法は，まず地域ごとに以下で記述する統一したモデル構造を用意し，地域ごとに異なるパラメータを設定する．そして，同一のシナリオのもと分析を行う．つまり，構築したモデルが日本の7地域で存在すると仮定(図-2.1)し，地域の特徴を示すパラメータの違いが結果にどのような違いとなって現れるのかを分析する．

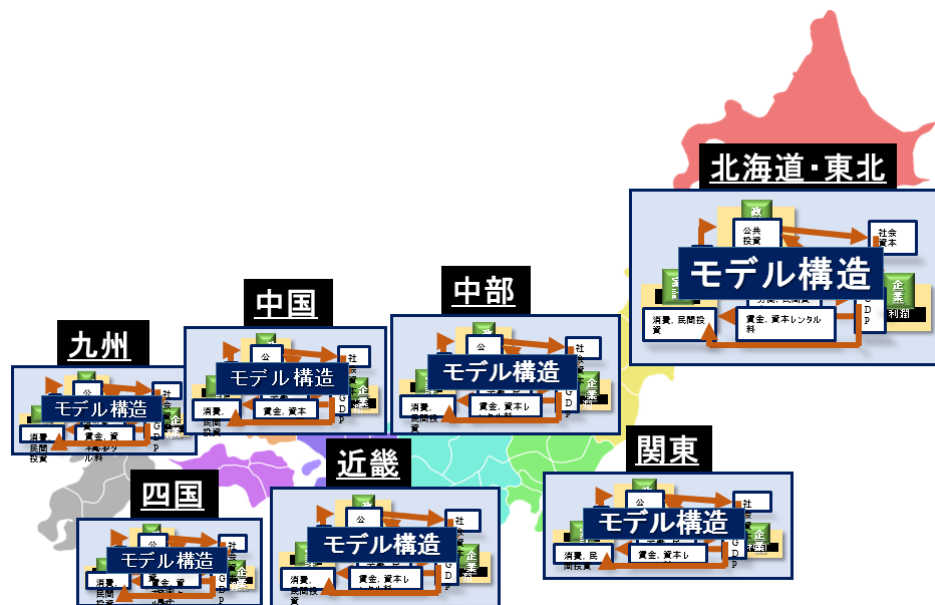


図-2.1 地域別の仮定

モデル構造(図 2.1)の経済主体は無期限に生きる代表的な家計，企業，および政府である．企業は家計からの労働と民間資本と社会資本を用いて生産活動を行う．家計は資本と労働を提供し企業から対価を得て，消費と貯蓄の意思決定を行う．貯蓄は民間資本の購入により表現する．政府は政府支出によって生産物を購入し，その財源を家計からの消費に伴う税によって賄う．以上より，経済には財市場，労働市場，資本市場が存在し，全ての市場は完全市場であるとする．よって，全ての経済主体は価格を所与として最適化問題を解く．以下，それぞれの経済主体の行動について説明していく．

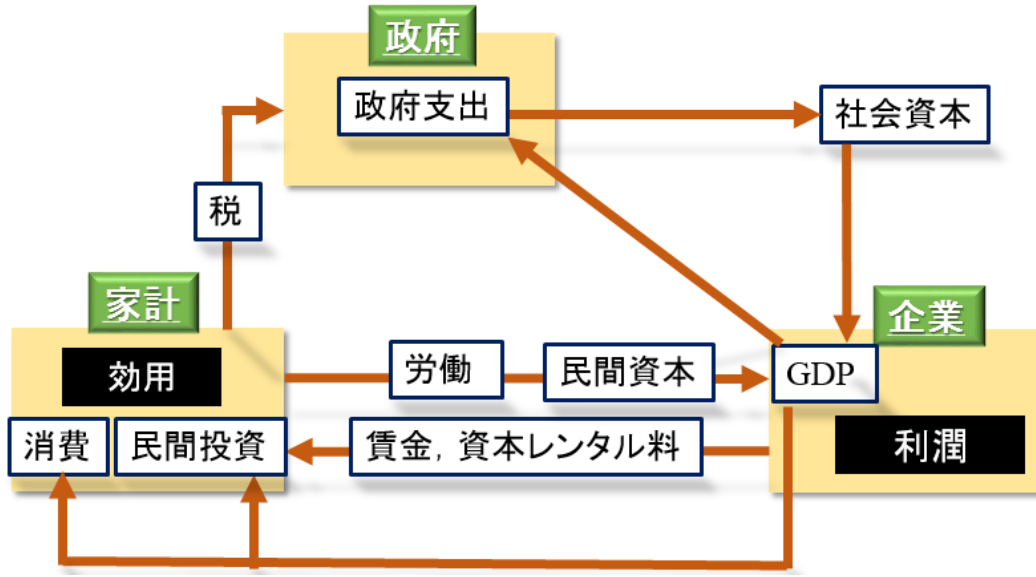


図-2.2 モデル構造

企業

企業の生産関数は次のような1次のコブダグラス型で与えられる。

$$y_t = z_t n_t^{1-\alpha} k_t^\alpha k_{gt}^\nu \quad (2.1)$$

y_t はGDP、 z_t は技術性ショック、 n_t は労働量、 k_t は民間資本、 k_{gt} は社会資本である。企業は完全競争の市場から資本と社会資本を用いて、同じく完全競争の生産物市場で生産物を販売する。このとき、 t 期の企業の利潤は下式とする。

$$y_t - r_t^k k_t - w_t n_t \quad (2.2)$$

r_t^k は資本レンタル料、 w_t は賃金率である。企業は(3.1)式の生産関数の制約下で、(3.2)式の利潤を最大化するように行動する。最適化問題は以下のように表せる。

$$\begin{aligned} \max \quad & y_t - r_t^k k_t - w_t n_t \\ \text{s.t.} \quad & y_t = z_t n_t^{1-\alpha} k_t^\alpha k_{gt}^\nu \end{aligned}$$

利潤最大化問題を解くと1階の条件より、下式が導出される。なお、本研究では単純化のために、労働 $n_t = 1$ として最大化問題を解いていく。

$$r_t^k = z_t k_t^{\alpha-1} k_{gt}^\nu \quad (2.3)$$

家計

家計の期待障害効用関数は、次のような相対的危機回避度一定型であるとする。

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} - \frac{n_t^{1+\phi}}{1+\phi} \right) \quad (2.4)$$

c_t は消費， β_t は主観的割引率， θ と ϕ は異時点間の代替の弾力性である． E_0 は時点 $t=0$ での期待値を示す．また，各期の予算制約式は以下のように与えられる．

$$c_t + k_{t+1} = w_t n_t + r_t^k k_t + (1 - \delta_p) k_t - \tau_t \quad (2.5)$$

k_t は民間資本， δ_p は民間資本減耗率， τ_t は税金である．家計は労働と民間資本を企業に提供し，トン銀と資本レンタル料を受け取る．こうして得た総収入から，税金と資本減耗が引かれ，残りで消費と貯蓄を行う．貯蓄手段として民間資本が存在する．家計は，(3.5)式の予算制約下で(3.4)式で表されている期待効用を最大化するように行動する．最適化行動は以下のように表される．

$$\begin{aligned} \max \quad & E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} - \frac{n_t^{1+\phi}}{1+\phi} \right) \\ \text{s.t.} \quad & c_t + k_{t+1} = w_t n_t + r_t^k k_t + (1 - \delta_p) k_t - \tau_t \end{aligned}$$

利潤最大化問題を解くと，下式が導出される．企業の利潤最大化問題を解く際と同様に，労働 $n_t = 1$ として最大化問題を解いていく．

$$c_t^{-\theta} = \beta E_t c_{t+1}^{-\theta} (1 + r_{t+1}^k - \delta_p) \quad (2.6)$$

資本

資本は民間資本と社会資本の 2 種類が存在する．まず，民間資本は下式のような推移式に従って，貯蓄されるものとする．

$$k_t = (1 - \delta_p) k_{t-1} + i_t \quad (2.7)$$

i_t は民間投資である．民間資本は每期每期一定の割合で減耗するが社会資本は下式のように減耗率を変数に書き換える．

$$k_{gt} = (1 - \delta_{gt}) k_{gt-1} + i_{gt} \quad (2.8)$$

g_t は政府支出， δ_{gt} は社会資本減耗率ショックである．社会資本減耗率ショックは，既往研究には無い変数であり，本研究において社会資本の想定外な毀損を示す変数なので 2.3 で詳しく説明する．

政府

政府の行動は家計の消費に伴う税を用いて，その額全てを社会資本が貯蓄されるための公共投資に用いることとする．つまり，

$$g_t = i_{gt} \quad (2.8)$$

であるとする．さらにこの DSGE モデルはリカードの等価定理(家計が国債の発行が将来の増税を意味することを正確に予測する場合には，減税の財源を国債から調達した場合と直接税金から調達した場合とは，全く同じ結果をもたらす)が成立するので，

$$g_t = \tau_t \quad (2.9)$$

となる．また政府は t 期に生産された生産物を購入する．この生産物は政府支出による購入だけでなく家計による消費または民間資本へ投資されるという，財市場の均衡条件が下式のように成立する．

$$y_t = c_t + i_t + g_t \quad (2.10)$$

モデル再提

これまでのモデルを再掲する．

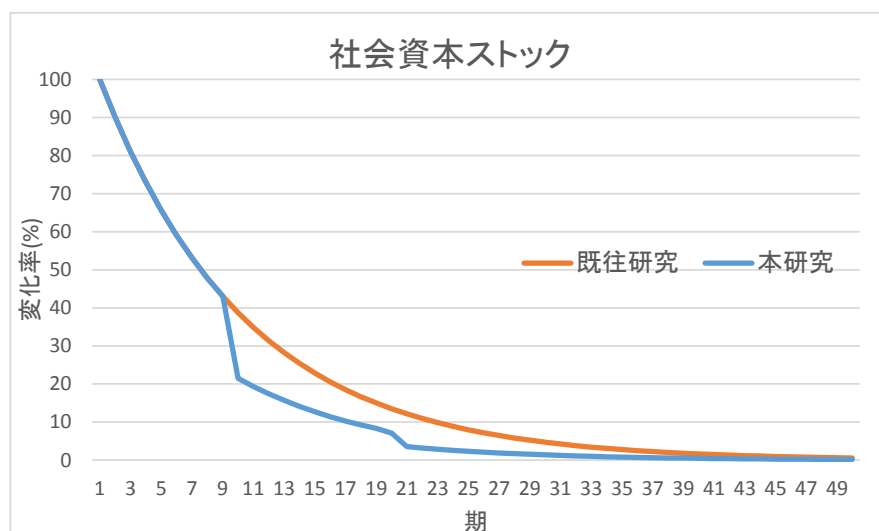
消費のオイラー方程式	$c_t^{-\theta} = \beta E_t c_{t+1}^{-\theta} (1 + r_{t+1}^k - \delta_p)$
生産関数	$y_t = z_t k_t^\alpha k_{gt}^\nu$
資本レンタル料	$r_t^k = z_t k_t^{\alpha-1} k_{gt}^\nu$
民間資本の推移式	$k_t = (1 - \delta_p) k_{t-1} + i_t$
社会資本の推移式	$k_{gt} = (1 - \delta_{gt}) k_{gt-1} + g_t$
財の市場均衡条件	$y_t = c_t + i_t + g_t$

2.2 急速な社会資本老朽化の表現

社会資本減耗率ショックは技術性ショックと政府支出ショックと同様な経済ショックである。資本の推移式で用いられる減耗率とは、内閣府によると、「物、構築物、設備、機械等再生産可能な固定資産について、通常の使用に基づく摩損及び損傷（減価償却）に加え、予見される火災、風水害、事故等に伴う滅失（資本偶発損）を評価した額」の事である。つまり今までの考え方だと、社会資本は(3.7)式の民間資本の推移式のような每期一定的な減耗を行うと考えられている。本研究では社会資本の老朽化による想定外なストックの毀損による国民経済への影響を分析するので、この減耗率を確率的に上昇させるような経済ショックを定義し、外生的に減耗率をある期だけ上昇させることで想定外なストックの毀損を表現する。言い換えると、分析では想定外なストックの毀損を表現し、その原因は急速な老朽化であるということである。

例えば、社会資本ストック額が 100 で減耗率が 0.1 の投資が行われない社会資本を考える(図-2.2)。そうすると、45 期で社会資本ストック額が 1 を下回る。しかし、例えば、減耗率が 10 期と 20 期に急速な老朽化による社会資本の想定外な毀損が発生し 0.5 になるとする。すると、34 期で社会資本ストック額が 1 を下回る。

本研究では、このような社会資本減耗率の上昇させるようなショックを構築し、これによる社会資本ストックのある期に予想以上の減耗率の上昇で、社会資本の想定外な毀損を想定する。社会資本は家計からの税を政府が徴収し、公共投資によって構築され、生産要素の 1 部と仮定しているの、経済へ影響を及ぼすと考えられる。この現時点日本で発生しているわけではない(発生していても計測できていない)が、急速な老朽化はこのような現象を招くと考えられる。



グラフ-2.1 社会資本の想定外なストックの毀損のイメージ図

2.3 対数線形近似

これまでに得られたモデルは非線形系であるため、そのままでは非常に分析するのが困難である。そのため、モデルを定常状態周りで対数線形近似を行う。この対数線形近似によって、変数 x_t の定常状態を t の添え字がない x と表記する。定常状態とは時間を通して一定、つまり構築した経済ショックに影響を受けず常に一定である状態の事である。また対数線形近似後の変数は実額ではなく、変化率を示す。つまり、

$$\hat{x}_t = \frac{x_t - x}{x} \quad (2.11)$$

となる。対数線形近似の手法は、そのままモデルの対数をとって、1次のテイラー展開を行う。以下は構築した6本のモデル式について記述していく。

消費のオイラー方程式 $c_t^{-\theta} = \beta E_t c_{t+1}^{-\theta} (1 + r_{t+1}^k - \delta_p)$

まず、両辺に対数をとる。

$$-\theta \ln c_t = \ln \beta + \ln(1 + r_t^k - \delta_p) - \theta \ln c_{t+1} \quad (2.12)$$

(3.12)式を定常状態周りで1次のテイラー展開を行う。

$$-\theta \ln c - \frac{\theta}{c_t} (c_t - c) = \ln \beta + \ln(1 + r^k - \delta_p) + \frac{1}{1 + r^k - \delta_p} (r_{t+1}^k - r^k) - \theta \ln c - \frac{\theta}{c_{t+1}} (c_{t+1} - c) \quad (2.13)$$

(3.12)式は定常状態でも成立するため、定数項はキャンセルアウト可能であり、(3.11)式を用いると、

$$-\hat{c}_t = \frac{\beta r^k}{\theta} \hat{r}_{t+1} - E_t \hat{c}_{t+1} \quad (2.14)$$

となる。

生産関数 $y_t = z_t k_t^\alpha k_{gt}^\nu$

消費のオイラー方程式と同様な対数線形近似を行うことで、以下の式を得る。

$$\hat{y}_t = \hat{z}_t + \alpha \hat{k}_t + \nu \hat{k}_{gt} \quad (2.15)$$

資本レンタル料 $r_t^k = z_t k_t^{\alpha-1} k_{gt}^v$

消費のオイラー方程式と同様な対数線形近似を行うことで、以下の式を得る。

$$\hat{r}_t^k = \hat{z}_t + (\alpha - 1)\hat{k}_t + v\hat{k}_{gt} \quad (2.16)$$

民間資本の推移式 $k_t = (1 - \delta_p)k_{t-1} + i_t$

まず、両辺に対数をとる。

$$\ln k_t = \ln\{(1 - \delta_p)k_{t-1} + i_t\} \quad (2.17)$$

(3.17)式を定常状態周りで1次のテイラー展開を行う。

$$\ln k + \frac{1}{k}(k_t - k) = \ln\{(1 - \delta_p)k + i\} + \frac{1 - \delta_p}{(1 - \delta_p)k + i}(k_{t-1} - k) + \frac{1}{(1 - \delta_p)k + i}(i_t - i) \quad (2.18)$$

(3.17)式は定常状態でも成立するため、定数項はキャンセルアウト可能であり、(3.11)式を用いると、

$$\hat{k}_t = (1 - \delta_p)\hat{k}_{t-1} + \frac{i}{k}\hat{i}_t \quad (2.19)$$

また民間資本の推移式も定常状態でも成り立ち、

$$k_t = (1 - \delta_p)k_t + i \quad (2.20)$$

変形することで、

$$\delta_p k = i \quad (2.21)$$

(3.19)式と(3.21)式より下式が成り立つ。

$$\hat{k}_t = (1 - \delta_p)\hat{k}_{t-1} + \delta_p \hat{i}_t \quad (2.22)$$

社会資本の推移式 $k_{gt} = (1 - \delta_g)k_{gt-1} + g_t$

民間資本の推移式と同様な対数線形近似を行うことで、以下の式を得る。

$$\hat{k}_{gt} = (1 - \delta_g)\hat{k}_{gt-1} - \delta_g \hat{\delta}_{gt} + \frac{y}{k_g} \hat{g}_t \quad (2.23)$$

財の市場均衡条件 $y_t = c_t + i_t + g_t$

消費のオイラー方程式と同様な対数線形近似を行うことで、以下の式を得る。

$$\hat{y}_t = \frac{c}{y} \hat{c}_t + \frac{i}{y} \hat{i}_t + \hat{g}_t \quad (2.24)$$

ここで、政府支出を示す \hat{g}_t だけ、

$$\hat{g}_t = \frac{g_t - g}{y} \quad (2.25)$$

このように定義している。政府にかかわる変数は GDP 比率が何%変化したかで議論することが多いのでこのような定式化をしている。

本モデルでは外生ショックとして技術性ショック、政府支出ショック、そして本モデルで構築した社会資本減耗率ショックが存在する。通常 DSGE モデルで構築するショックは 1 階の自己回帰過程(AR(1))に従うと仮定する。

$$\hat{z}_t = \rho_z \hat{z}_{t-1} + \epsilon_{zt} \quad (2.26)$$

$$\hat{g}_t = \rho_g \hat{g}_{t-1} + \epsilon_{gt} \quad (2.27)$$

$$\hat{\delta}_{gt} = \rho_{\delta_g} \hat{\delta}_{gt-1} + \epsilon_{\delta_{gt}} \quad (2.28)$$

$$0 < \rho_x < 1$$

ϵ_{xt} は各変数の i.i.d. の確率変数である。この誤差項に 1 単位のショックを与えたときに他の変数がどのような動学経路をたどるかを分析するのが DSGE モデルの一般的な分析手法である。 ρ_x は各変数のショックの変数の持続性を示すパラメータであり、生じた経済ショックが 1 期で終わらず未来も影響を受けることを意味する。 $\hat{\delta}_{gt}$ も AR(1) 過程であるのは社会資本の想定外な毀損も持続的に発生すると考えるからである。

線形近似後のモデル再掲

消費のオイラー方程式	$E_t \hat{c}_{t+1} - \hat{c}_t - \frac{\beta r^k}{\theta} \hat{r}_{t+1} = 0$
生産関数	$\hat{y}_t - \hat{z}_t - \alpha \hat{k}_t - v \hat{k}_{gt} = 0$
資本レンタル料	$\hat{r}_t^k - \hat{z}_t - (\alpha - 1) \hat{k}_t - v \hat{k}_{gt} = 0$
民間資本の推移式	$\hat{k}_t - \delta_p \hat{i}_t = (1 - \delta_p) \hat{k}_{t-1}$
社会資本の推移式	$\hat{k}_{gt} + \delta_g \hat{\delta}_{gt} - \frac{y}{k_g} \hat{g}_t = (1 - \delta_g) \hat{k}_{gt-1}$
財の市場均衡条件	$\hat{y}_t - \frac{c}{y} \hat{c}_t - \frac{i}{y} \hat{i}_t - \hat{g}_t = 0$
技術性ショック	$\hat{z}_t = \rho_z \hat{z}_{t-1} + \epsilon_{zt}$
政府支出ショック	$\hat{g}_t = \rho_g \hat{g}_{t-1} + \epsilon_{gt}$
社会資本減耗率ショック	$\hat{\delta}_{gt} = \rho_{\delta_g} \hat{\delta}_{gt-1} + \epsilon_{\delta_{gt}}$

2.4 モデルの解法

モデルの解法とは、DSGE モデルの合理的期待を仮定して連立差分方程式を求めることである。合理的期待とは、DSGE モデルの下で実現する将来の変数の期待値が、そのまま経済主体の抱く予想値になるという仮定のことである。しかし、将来実現する変数の期待値自体も、今期の予測に依存した経済主体の行動によって決まるため、両者は同時に決定する。経済主体の合理的期待値が決まれば、経済主体の動学経路が決まることになる。経済に不確実性が無ければ予想された値がそのまま実現することになるが（このことを完全予見と呼ぶ）、DSEG モデルでは確率的なショックが入ってくるので、予想値と実現値が剥離する可能性がある。合理的期待の仮定をおくことで、経済主体の予想値と実現値を区別する必要がなくなるので問題が非常にときやすくなる。また、DSGE モデルを解くことで得られる誘導系は状態空間モデルと呼ばれるシステムで表現され、パラメータ推定をする際に、状態空間モデルはデータの尤度を求めるために使用することができる。

DSGE モデルを解くアルゴリズムはいくつかあるが、代表的なものは Blannchard and kahn (1980) とや Uhlig(1999), Sims(2002)などが存在する。本研究では Michel Juillard が DSGE モデルの分析のために開発したフリーソフトである Dynare を使用しており、Dynare は DSGE モデルを解く手法として Sims(2002)を用いていることから、Sims(2002)のアルゴリズムについて解説する。

まず、Sims(2002)は以下の特徴がある。

- ・ 内生変数と外生変数を区別なしにモデルを解くことができる
- ・ 行列が特異であってもモデルを解くことができる
- ・ 非決定のケースであってもモデルを解くことができる

Sims(2002)ではまず、次のような予測誤差を定義する。

$$\eta_{ct} = \hat{c}_t - E_{t-1}\hat{c}_{t-1} \quad (2.29)$$

$$\eta_{r^k_t} = \hat{r}^k_t - E_{t-1}\hat{r}^k_{t-1} \quad (2.30)$$

予測誤差とは前期の予想値と今期の実現値の剥離であり、モデルの中のフォワードルッキングな変数(本研究では、消費と資本レンタル料の2つ)の数だけ存在する。対数線形近似後のモデル、外生ショック、予測誤差の式を合わせると以下のような行列表記ができる。

$$\tau_0 s_t = \tau_1 s_{t-1} + \psi \epsilon_t + \pi \eta_t \quad (2.31)$$

ここで s_t は t 期に決まる内生変数のベクトルである。

$$s_t = [\hat{y}_t, \hat{c}_t, \hat{i}_t, \hat{k}_t, \hat{k}_{gt}, \hat{r}^k_t, \hat{g}_t, \hat{z}_t, \hat{\delta}_{gt}, E\hat{c}_{t+1}, E\hat{r}^k_{t+1}]$$

$E\hat{c}_{t+1}$ と $E\hat{r}^k_{t+1}$ は $t+1$ の期待値であるが、予想値は t 期に決まるので t 期に決まる変数ベクトルに含まれている。 s_{t-1} は $t-1$ 期に決まる内生変数のベクトルである。

$$s_t = [\hat{y}_{t-1}, \hat{c}_{t-1}, \hat{i}_{t-1}, \hat{k}_{t-1}, \hat{k}_{gt-1}, \hat{r}^k_{t-1}, \hat{g}_{t-1}, \hat{z}_{t-1}, \hat{\delta}_{gt-1}, E_{t-1}\hat{c}_t, E_{t-1}\hat{r}^k_t]$$

ϵ_t は t 期に決まる外生変数ベクトルである。

$$\epsilon_t = [\epsilon_{zt}, \epsilon_{gt}, \epsilon_{\delta_{gt}}]$$

η_t は t 期に決まる予測誤差ベクトルである。

$$\eta_t = [\eta_{ct}, \eta_{rt}]$$

また、各係数行列は以下のようなになる。

$$\tau_0 = \begin{bmatrix} \hat{y}_t & \hat{c}_t & \hat{i}_t & & & & & & & & \\ 0 & -1 & 0 & & \hat{k}_t & \hat{k}_{gt} & \hat{r}^k_t & \hat{z}_t & \hat{g}_t & \hat{\delta}_{gt} & E_t \hat{c}_{t+1} & E_t \hat{r}^k_{t+1} \\ 1 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\beta r^k \\ 0 & 0 & 0 & & -\alpha & -\nu & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \theta \\ 0 & 0 & 0 & & -(\alpha-1) & -\nu & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\delta_p & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{y}{k} & \delta_g & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{c}{y} & -\frac{i}{y} & & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tau_1 = \begin{bmatrix} \hat{y}_{t-1} & \hat{c}_{t-1} & \hat{1}_{t-1} & \hat{k}_{t-1} & \hat{k}_{gt-1} & \hat{r}_{t-1}^k & \hat{z}_{t-1} & \hat{g}_{t-1} & \hat{\delta}_{gt-1} & E_{t-1} & \hat{c}_t & E_{t-1} & \hat{r}_t^k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \delta_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \delta_g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_{\delta g} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\psi = \begin{bmatrix} \epsilon_{zt} & \epsilon_{gt} & \epsilon_{\delta g} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \psi = \begin{bmatrix} \eta_{ct} & \eta_{rt} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(1) τ_o が正則行列の時

$$s_t = \tau_o^{-1} \tau_1 s_{t-1} + \tau_o^{-1} \psi \epsilon_t + \tau_o^{-1} \pi \eta_t \quad (2.32)$$

$$s_t = \tau^* s_{t-1} + \psi^* \epsilon_t + \pi^* \eta_t \quad (2.33)$$

ここで、 τ^* について固有値分解を行う。

$$\tau^* = V \Lambda V^{-1} \quad (2.34)$$

Λ は行列 τ^* の固有値を対角要素に持つ対角行列であり、 V は各固有値に対応する固有ベクトルを列に並べた行列である。両辺に V^{-1} をかける。

$$V^{-1} s_t = V^{-1} \tau^* s_{t-1} + V^{-1} \psi^* \epsilon_t + V^{-1} \pi^* \eta_t \quad (2.35)$$

$$\omega_t = \Lambda V^{-1} \tau^* s_{t-1} + V^{-1} \psi^* \epsilon_t + V^{-1} \pi^* \eta_t \quad (2.36)$$

となる。ここで $\omega_t = V^{-1} s_t$ と定義している。 Λ について、左上から固有値の小さい順に並べる。

$$\begin{bmatrix} \omega_{s,t} \\ \omega_{u,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_s & 0 \\ 0 & \Lambda_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{s,t-1} \\ \omega_{u,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_s^{-1} \\ V_u^{-1} \end{bmatrix} \psi^* \epsilon_t + \begin{bmatrix} V_s^{-1} \\ V_u^{-1} \end{bmatrix} \pi^* \eta_t \quad (2.37)$$

添字 S は固有値が 1 より小さい行に対応する行列であり、添字 U は 1 より大きい行に対応する行列である。1 より小さい固有値に対応する変数は収束し、1 より大きい固有値に対応する変数は発散する。

家計の横断性条件から、全ての変数は発散してはならないので、モデルの解が安定的であるためには、発散する固有値を持つ変数は全ての期において、

$$\omega_{u,t} = 0 \quad (2.38)$$

でなければならないため、

$$V_u^{-1}\psi^*\epsilon_t = -V_u^{-1}\pi^*\eta_t \quad (2.39)$$

が満たされる必要がある。ここで $V_u^{-1}\pi^*$ が非特異行列であれば、

$$\eta_t = -(V_u^{-1}\pi^*)^{-1}V_u^{-1}\psi^*\epsilon_t \quad (2.40)$$

として、予測誤差を構造ショックの関数として一意的に表現する事ができる。予測誤差が一意的に求まるということは、経済主体の予想値も合理的期待のもとで一意的に求まっていることを意味する。 $V_u^{-1}\pi^*$ が非特異行列であるためには 1 より大きい固有値の数と予測誤差の数が同じである必要がある。このような条件を Blanchard-khan 条件と呼ぶ。これより、

$$\begin{bmatrix} \omega_{s,t} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_s & 0 \\ 0 & \Lambda_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{s,t-1} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_s^{-1} \\ V_u^{-1} \end{bmatrix} (\psi^* - \pi^*(V_u^{-1}\pi^*)^{-1}V_u^{-1}\psi^*)\epsilon_t \quad (2.41)$$

(2) τ_0 が特異行列の時（本研究が該当）

QZ 分解を用いて、 τ_0 と τ_1 をユニタリ行列と上三角形行列に分解する。

$$Q'\Phi Z' = \tau_0 \quad (2.42)$$

$$Q'\Omega Z' = \tau_1 \quad (2.43)$$

ここで Q と Z は $Q'Q = Z'Z = I$ を満たしており(ユニタリ行列の定義)、複素数行列でも構わない。'は転置を示す。更に、 Φ と Ω は上三角形行列であり、複素数行列でも構わない。こうした QZ 分解は必ず存在する。

$$\Phi Z' \omega_t = \Omega \omega_t + Q\psi\epsilon_t + Q\pi\eta_t \quad (2.44)$$

ただし、 $\omega_t = Z's_t$ である。QZ 分解は解が 1 つに決まらないが Ω と Φ の対角成分の比である一般化固有値 (ω_{ii}/λ_{ii}) は一般的に 1 である。そこで、一般化固有値を絶対値で昇順に並べ直す (対値が最も小さい一般化固有値が左上に、最も大きい一般化固有値を右下に)。上式を絶対値が 1 より小さい安定的な一般化固有値と 1 より大きい不安定な一般化固有値の 2 つのブロックに分けることにより、以下の式のように展開できる。

$$\begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ 0 & \Phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{s,t} \\ \omega_{u,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ 0 & \Omega_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{s,t-1} \\ \omega_{u,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} (\psi\epsilon_t + \pi\eta_t) \quad (2.45)$$

ここで、 $M = \Omega_{22}^{-1}\Omega_{12}$ 、 $x_t = Q(\psi\epsilon_t + \pi\eta_t)$ として、下側ブロックの $\omega_{u,t}$ をフォワードに解く。

$$\begin{aligned} \omega_{u,t} &= M\omega_{u,t+1} - \Omega_{22}^{-1}x_{u,t+1} = M^2\omega_{u,t+2} - M\Omega_{22}^{-1}x_{u,t+2} - \Omega_{22}^{-1}x_{u,t+2} \\ &= -\sum_{s=1}^{\infty} M^{s-1}\Omega_{22}^{-1}x_{u,t+s} = -\sum_{s=1}^{\infty} M^{s-1}\Omega_{22}^{-1}Q_2(\psi\epsilon_{t+s} + \pi\eta_{t+s}) \end{aligned} \quad (2.46)$$

なお、 $\lim_{t \rightarrow \infty} M^t \omega_{u,t} = 0$ を仮定した。 $E_t(\eta_{t+1}) = E_t(z_{t+1}) = 0$ であることを利用して、

$$\omega_{u,t} = -\sum_{s=1}^{\infty} M^{s-1}\Omega_{22}^{-1}Q_2 = (\Lambda_{22} - \Omega_{22})^{-1}Q_2 \quad (2.47)$$

ここでは、 $\lim_{t \rightarrow \infty} M^t = 0$ を仮定した。次に合理的期待モデルを解くには誤差項 η_t を削除する必要がある。

$$E_t \left(\sum_{s=1}^{\infty} M^{s-1}\Omega_{22}^{-1}x_{u,t+s} \right) = \sum_{s=1}^{\infty} M^{s-1}\Omega_{22}^{-1}x_{u,t+s} \quad (2.48)$$

$$E_t \left(\sum_{s=1}^{\infty} M^{s-1}\Omega_{22}^{-1}(\psi\epsilon_{t+s} + \pi\eta_{t+s}) \right) = \sum_{s=1}^{\infty} M^{s-1}\Omega_{22}^{-1}(\psi\epsilon_{t+s} + \pi\eta_{t+s}) \quad (2.49)$$

$\eta_{t+1} = z_{t+1} = 0$ を用いて、

$$\sum_{s=1}^{\infty} M^{s-1}\Omega_{22}^{-1}(\psi\epsilon_{t+s} + \pi\eta_{t+s}) = 0 \quad (2.50)$$

時間 $t+s$ より未来のショックは全て削除し、1 期進めると以下の式を得る。

$$Q_2\pi\eta_t = -Q_2\psi\epsilon_t \quad (2.51)$$

(2.51)式は合理的期待解が存在する条件である．(2.51)式が成立しても(2.45)式の上側ブロックには η_t に依存する項($Q_1\pi\eta_t$ と $\Phi Q_2\pi\eta_t$)が残っている．この 2 つの項で相殺することができれば， η_t を(2.45)式から削除することができる．つまり以下の式が成り立てばよい．

$$Q_1\pi = A Q_2\pi \quad (2.52)$$

A は $k \times (n-k)$ の行列である． $[I - \Phi]$ を(1)式にかける．

$$\begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} - A\Lambda_{22} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{s,t} \\ \omega_{u,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} - \Phi\Omega_{22} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{s,t-1} \\ \omega_{u,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_1 - \Phi\Omega_{22} \\ 0 \end{bmatrix} \psi\epsilon_t \quad (2.53)$$

次に $\omega_t = Z's_t$ を用いて以下の式を得る．

$$\begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} - A\Lambda_{22} \\ 0 & I \end{bmatrix} Z's_t = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} - \Phi\Omega_{22} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} Z's_{t-1} + \begin{bmatrix} Q_1 - \Phi\Omega_{22} \\ 0 \end{bmatrix} \psi\epsilon_t \quad (2.54)$$

最終的に以下の式を得る．

$$s_t = H \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} - \Phi\Omega_{22} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} Z's_{t-1} + H \begin{bmatrix} Q_1 - \Phi\Omega_{22} \\ 0 \end{bmatrix} \psi\epsilon_t \quad (2.55)$$

ただし，

$$H = Z \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} - A\Lambda_{22} \\ 0 & I \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.56)$$

である．以上より，DSGE モデルの合理的期待均衡が導出される．

第3章

パラメータ推定

3.1 カルマンフィルター

3.2 MCMC 法

3.3 事前分布

3.3.1 データ

3.3.2 公共投資対 GDP 比の定常状態値

3.3.3 社会資本の生産性

3.4 事後分布

3.1 カルマンフィルター

第2章で構築したモデルを用いて地域別にベイズ推定によってパラメータを推定していく。

カルマンフィルターとは、もともと観測データを用いて状態変数を推定していく手法である。DSGEモデルのパラメータ推定の中では、ベイズ推定をする際の尤度を求める手法として位置づけられる。まずは以下の状態空間モデルを考える。

$$y_t = Cs_t + u_t \quad (3.1)$$

$$s_t = As_{t-1} + B\epsilon_t \quad (3.2)$$

(3.1)式は観測方程式であり、 y_t は観測変数(本研究では消費、GDP、民間投資、公共投資対GDP比を指す)、(3.2)式は状態方程式であり、 s_t は観測不可能な変数(本研究では資本レンタル料、民間資本、社会資本、生産性ショックの持続性、社会資本減耗率ショックを指す)、 A 、 B 、 C は係数行列、 u_t と ϵ_t はそれぞれ観測誤差と状態方程式の誤差である。

予測方程式

$$s_{t|t-1} = As_{t-1|t-1} \quad (3.3)$$

$$P_{t|t-1} = AP_{t-1|t-1}A' + BVB' \quad (3.4)$$

$$v_{t|t-1} = y_t - Cs_{t|t-1} \quad (3.5)$$

$$F_{t|t-1} = CP_{t|t-1}C' \quad (3.6)$$

$s_{t|t-1}$ はパラメータと $t-1$ 期までのデータを得られた時の s_t の条件付き期待値、 $P_{t|t-1}$ はパラメータと $t-1$ 期までのデータを得られた時の s_t の条件付き分散共分散行列、 $v_{t|t-1}$ はパラメータと $t-1$ 期までのデータを得られた時の y_t の条件付き期待値、 $F_{t|t-1}$ はパラメータと $t-1$ 期までのデータを得られた時の y_t の条件付き分散共分散行列を示す。

更新方程式

$$s_{t|t} = s_{t|t-1} + P_{t|t-1}C'F_{t|t-1}^{-1}v_{t|t-1} \quad (3.7)$$

$$P_{t|t} = P_{t|t-1} - P_{t|t-1}C'F_{t|t-1}^{-1}CP_{t|t-1} \quad (3.8)$$

これより、以下の式から対数尤度を計算する。

$$\ln L = -\frac{NT}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \ln |F_{t|t-1}| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T v'_{t|t-1} F_{t|t-1}^{-1} v_{t|t-1} \quad (3.9)$$

尤度を求めることができれば、あとは最尤法によってパラメータを推定することができる。しかし、推定パラメータが多いことやデータ期間が長くないことから尤度関数がうまく短峰形にならず、適切なパラメータの値を求めることが難しい。

そこで、事前分布を用いることで、事後分布の形を絞り、パラメータを推定する。それがこれから説明するベイズ推定である。

3.2 MCMC 法

DSGE モデルのパラメータ推定に関してベイズ推定を用いる分析は近年増加している。ベイズ統計学では最小二乗法などの古典的アプローチと異なり、パラメータなどの未知のパラメータを確率変数として扱う。よってパラメータに関して真の値がただ 1 つあるとは考えず、パラメータ自身が確率分布を持つと考えられる。ここで注目するのは、ベイズの定理のもとで、パラメータに関する事前情報が、データが与えられたときにどのように更新されることである。ベイズ推定は以下の式で表される事後分布を得ることである。

$$p(\theta|Y) = \frac{L(Y|\theta)p(\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} L(Y|\theta)p(\theta)d\theta} \quad (3.10)$$

p は確率密度関数、 L は対数尤度、 Y はデータ、 θ はパラメータを示す。左辺は事後分布、右辺の分子は対数尤度と事前分布を掛け合わせたもの、分子は定数である。この定数の逆数は基準化定数と呼ばれ、解析的に計算できない。また、尤度もモデルによっては解析的に計算できず、右辺の分子も計算できない。そこで MCMC 法を用いる。MCMC とは 1 回前にサンプリングされた値に依存させて次のサンプリングを行う方法の総称である。MCMC 法を用いたベイズ推定は簡単に以下のような流れで行う。

- 1) 事前分布 $p(\theta)$ を設定する
- 2) MCMC を用いて事後分布からパラメータをサンプリングする
- 3) サンプリングされたパラメータを用いて真のパラメータを推定する

MCMC 法はいくつかのアルゴリズムの総称であり、大きく分けてメトロポリスヘイスティング法とギブスサンプラー法が存在する。Dynare で用いられているのはメトロポリスヘイスティング法であるので、これについて説明する。

メトロポリスヘイスティング法

- 1) $p(\theta|Y)$ のモード θ^* を求める. Sims(2002) より, 合理的期待均衡が存在するか確認する. 満たせば, $p(\theta|Y)$ のヘッシアンの逆行列にマイナスをつけたもの,

$$H = - \left[\partial^2 p \left(\frac{f(\theta|Y)}{\partial \theta \partial \theta^*} \right) \Big|_{\theta = \theta^*} \right]^{-1} \quad (3.11)$$

この計算より, H が正ならば次へ進む.

- 2) $n = 1$ として適当な初期値 θ_0 を設定する.
 3) 提案分布 θ_n^* を以下のランダムウォークを用いてサンプリングする.

$$\theta_n^* = \theta_{n-1}^* + \epsilon_t \quad (3.12)$$

ここで ϵ_t は平均 0, 分散共分散行列 C^*H に従うとする. C は調節係数である.

- 4) Sims(2002) を用いて, DSGE モデルを解き, 合理的期待均衡が存在するか確認する. 満たさなければ (3) でもう一度サンプリングを行う.
 5) 提案分布 θ_n^* と $n - 1$ 回目にサンプリングされた θ_{n-1}^* を用いて以下の受容確率を計算する.

$$q = \min \left[\frac{f(\theta_n^*|Y)}{f(\theta_{n-1}^*|Y)}, 1 \right] \quad (3.13)$$

- 6) θ_n^* を確率 q で受容し, 残りの確率 $1-q$ で棄却する. 受容された場合は $\theta_n = \theta_n^*$ として, 棄却されたなら $\theta_n = \theta_{n-1}$ とする.
 7) $n < N$ ならば $n = n+1$ として, サンプリングを行うステップへ戻る.
 8) 過去のサンプリングから受容された比率を計算し, それが約 25% でなければ C の値を変更してサンプリングするステップへ戻る.

このアルゴリズムでは, θ_n^* は正しい分布からサンプリングされたものではないので, それをそのまま採択せずに $1-q$ の確率で棄却し, 棄却された場合 1 回前のサンプリングされたものと同じ値 θ_{n-1}^* をサンプリングすることで, 正しい分布からサンプリングされるように調整している.

このアルゴリズムを実行すると, $(\theta_1 \cdots, \theta_k \cdots, \theta_N)$ がサンプリングされるが N を無限大とすると θ_N は事後分布からサンプリングされた変数に確率収束する. 事後分布に収束するまでの $(\theta_1 \cdots \theta_k)$ を捨て(回数 K のことをバーインと呼ぶ), 残りの $(\theta_k \cdots, \theta_N)$ を事後分布からサンプリングされたものとして推定を行う.

(3.13)式の受容確率 q の計算に事後密度の値が必要であるが、事後密度の基準化定数は分子と分母でキャンセルアウトするので必要ない。この方法は基準化定数を解析的に求められなくても応用できる。

受容比率を 25% になるように C を調整しているのは、この受容確率が低いと同じ値が続けて何度もサンプリングされることになり非効率である。受容確率 q が大きければ、調整係数 C を小さくし、受容確率 q が小さければ、調整係数 C を大きくする。

メトロポリスヘイスティング法は平均的に 4 回に 1 回しか値が変わらず、かつ 1 回前にサンプリングされた値から大きく離れた値にサンプリングされないので、サンプリングされた値の自己相関が高く、あまり効率の良い方法ではないものの、現状他のアルゴリズムに比べ実用的な方法である。

DSGE モデルのパラメータ推定におけるベイズ推定の利用に関して、事前分布であるデータと各パラメータの平均値と標準偏差の設定である。そこで以下でデータの加工と推定パラメータについて詳しく述べる。

3.3 事前分布

事前分布として具体的に用意するものは、カルマンフィルターを行う際に使用するデータ、推定パラメータの分布系、平均値と標準偏差である。まず本研究に存在するパラメータは以下の14個である。

表-3.1 本研究のパラメーター一覧

番号	パラメータ名	記号
(1)	割引率	β
(2)	弾力性	θ
(3)	民間資本分配率	α
(4)	公共投資対 GDP 比の定常状態値	$\frac{g}{y}$
(5)	社会資本の生産性	v
(6)	民間資本減耗率	δ_p
(7)	社会資本減耗率	δ_g
(8)	生産性ショックの持続性	ρ_z
(9)	政府支出ショックの持続性	ρ_g
(10)	社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$
(11)	民間投資対 GDP 比の定常状態値	$\frac{i}{y}$
(12)	民間消費対 GDP 比の定常状態値	$\frac{c}{y}$
(13)	社会資本対 GDP 比の定常状態値	$\frac{k_g}{y}$
(14)	資本レンタル料の定常状態値	r^k

これら全てのパラメータの値を推定するわけではなく、既往研究よりコンセンサスが存在するものは値をそのまま用いるとする。江口(2011)²⁾を参考に推定しないパラメータを表-3.2 にまとめる。割引率、弾力性、民間資本分配率は全地域で同一の値とする。公共投資対 GDP 比は各地域で大きな差が出るので、設定について 3.3.3 で詳しく述べるとする。

表-3.2 既往研究からのキャリブレーション

パラメータ名	記号	数値
割引率	β	1/1.04
弾力性	θ	1.5
民間資本分配率	α	0.33
公共投資対 GDP 比の定常状態値	$\frac{g}{y}$	各地域 (3.3.3 で詳しく述べる)

次に推定するパラメータについて述べる(表-3.3)。事前分布は、モデルの定数項や係数には正規分布とベータ分布、誤差項の標準偏差あるいは分散には逆ガンマ分布設定することが多い。これは、モデルが線形で誤差項が正規分布に従う場合、事後分布も同じ逆ガンマ分布、ベータ分布と正規分布になり便利だからである。推定結果は事前分布で設定する値の前後になることが多いので、社会資本の生産性というパラメータだけは、既往研究を参考に各地域で設定した。設定について 3.3.4 で詳しく述べるとする。

表-3.3 推定するパラメータの一覧と事前分布

パラメータ名	記号	分布	平均値	標準偏差
社会資本の生産性	v	正規	各地域(3.3.4 で詳しく述べる)	0.1
民間資本減耗率	δ_p	ベータ	0.1	0.01
社会資本減耗率	δ_g	ベータ	0.1	0.01
生産性ショックの持続性	ρ_z	ベータ	0.6	0.1
政府支出ショックの持続性	ρ_g	ベータ	0.6	0.1
社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$	ベータ	0.6	0.1

表-3.1 の(11)から(14)のパラメータのキャリブレーションについては行う必要が無い。厳密には割引率と公共投資対 GDP 比のパラメータが決まれば、対数線形近似前の式を用いることで自動的に値が決まる。その理由を以下で述べる。

まず、消費のオイラー方程式 $c_t^{-\theta} = \beta E_t c_{t+1}^{-\theta} (1 + r_{t+1}^k - \delta_p)$ より定常状態の場合を考えると、

$$r^k = \frac{1}{\beta} - 1 + \delta_p \quad (3.14)$$

が成り立ち、資本レンタル料の定常状態値が求まる。次に、生産関数 $y_t = z_t k_t^\alpha k_{gt}^\nu$ と資本レンタル料の式 $r_t^k = z_t \alpha k_t^{\alpha-1} k_{gt}^\nu$ の 2 式の定常状態の場合を考えると、

$$\frac{y}{r^k} = \frac{k}{\alpha} \therefore \frac{k}{y} = \frac{\alpha}{y} \quad (3.15)$$

これより、民間資本対 GDP 比の定常状態値が求まる。続いて民間資本の推移式 $k_t = (1 - \delta_p)k_{t-1} + i_t$ の定常状態の場合を考えると、

$$\frac{i}{\delta_p y} = \frac{\alpha}{y} \therefore \frac{i}{y} = \frac{\delta_p k}{y} \quad (3.16)$$

これより，民間投資対 GDP 比の定常状態値が求まる．続いて財の市場均衡条件 $y_t = c_t + i_t + g_t$ の定常状態の場合を考えると，

$$\frac{c}{y} = 1 - \frac{i}{y} - \frac{g}{y} \quad (3.17)$$

これより，消費対 GDP 比の定常状態値が求まる．最後に社会資本の推移式 $k_{gt+1} = (1 - \delta_{gt})k_{gt} + g_t$ の定常状態の場合を考えると，

$$\delta_g k_g = g \therefore \frac{k_g}{y} = \frac{g}{\delta_g y} \quad (3.18)$$

これより，社会資本対 GDP 比の定常状態値が求まる．以上でキャリブレーションが必要なパラメータの値が求まる．

3.3.1 データ

パラメータ推定をする際のデータの詳細について表-3.4 にまとめる．

表-3.4 使用するデータ

地域	北海道・東北，関東，中部，近畿，中国，四国，九州，全国
期間	平成 13 年から平成 25 年，平成 2 年から平成 15 年
データ	民間消費，GDP，民間投資，公共投資対 GDP 比

地域のデータは表 3.4 のように日本を 7 地域に分割し，各地域が属している都道府県を全て足し合わせたものをデータとして扱う．全国とはもともと DSGE モデルは一国の経済分析を行う際に利用するため，全地域の各データを足し合わせたものとし，全国でもパラメータ推定を行い考察する．

これらのデータは，内閣府より発行されている県民経済計算から入手している．県民経済計算は国民経済計算に準拠しているもので，5 年ごとに基準改定されている．よってある年の県民経済計算として公表した計数は，翌年度以降の県民経済計算の当該計数と一致するとは限らない．例えば，最新の平成 17 年基準のデータは平成 13 年から 25 年までしか存在しない．期間が短いと尤度関数が滑らかになり，最適なパラメータの値を求めることが困難になる．そこで，本研究では接続計数を用いて，平成 17 年基準(平成 13 年から平成 25 年)，平成 12 年基準(平成 8 年から平成 21 年)と平成 7 年基準(平成 2 年から平成 15 年)のデータを平成 17 年基準(平成 2 年から平成 25 年)となるように接続する．具体的には，以下のステップを行う．

- 1) 平成12年基準の中の平成12年デフレータを平成7年基準の中の平成12年のデフレータで除し、リンク係数を計算する
- 2) 平成8年以前(平成2年から平成7年)のデフレータとリンク係数を乗ずることで、平成12年基準(平成2年から平成21年)の接続データを作成する。
- 3) 平成17年基準のデフレータのデータと2)で作成した接続データを利用して同様なことをする。

表3.5 から表3.11 は上記の接続データを各地域でまとめたものである。

表-3.5 北海道・東北(左:平成7年基準と平成12年基準の接続, 右:平成12年基準と平成17年基準の接続)

年度	平成7年基準	平成12年基準	リンク係数	接続データ	年度	平成12年基準	平成17年基準	リンク係数	接続データ
平成2年	95.24410487			97.716243	平成2年	97.71624258			104.71029
平成3年	97.99561762			100.53917	平成3年	100.5391731			107.73527
平成4年	99.39369479			101.97354	平成4年	101.9735385			109.2723
平成5年	100.0846336			102.68241	平成5年	102.6824112			110.03191
平成6年	100.4166949			103.02309	平成6年	103.0230914			110.39697
平成7年	99.75485482			102.34407	平成7年	102.3440727			109.66936
平成8年	99.24326752	101.3356898		101.33569	平成8年	101.3356898			108.5888
平成9年	100.4546917	102.4751282		102.47513	平成9年	102.4751282			109.80979
平成10年	100.2071001	102.2315803		102.23158	平成10年	102.2315803			109.54881
平成11年	98.70443993	100.9961359		100.99614	平成11年	100.9961359			108.22494
平成12年	97.30368074	99.82927641	1.0259558	99.8	平成12年	99.8			106.94319
平成13年	96.49190415	98.48775685		98.487757	平成13年	98.48775685	105.528334		105.52833
平成14年	95.25326123	96.86091148		96.860911	平成14年	96.86091148	103.4410699		103.44107
平成15年	94.1165754	95.8146126		95.814613	平成15年	95.8146126	102.5524968		102.5525
平成16年		94.64293094		94.642931	平成16年	94.64293094	101.1753547		101.17535
平成17年		93.01763635		93.017636	平成17年	93.01763635	99.67537895	1.0715751	99.675379
平成18年		92.22456501		92.224565	平成18年	92.22456501	98.60460532		98.604605
平成19年		91.47284083		91.472841	平成19年	91.47284083	97.54416412		97.544164
平成20年		91.53779296		91.537793	平成20年	91.53779296	96.97134957		96.97135
平成21年		90.6151918		90.615192	平成21年	90.6151918	95.29218896		95.292189
					平成22年		92.3260571		92.326057
					平成23年		91.2655212		91.265521
					平成24年		91.42114691		91.421147
					平成25年		91.36761547		91.367615

表-3.6 関東(左:平成7年基準と平成12年基準の接続, 右:平成12年基準と平成17年基準の接続)

年度	平成7年基準	平成12年基準	リンク係数	接続データ	年度	平成12年基準	平成17年基準	リンク係数	接続データ
平成2年	95.85009658			95.850097	平成2年	95.85009658			101.9037
平成3年	98.17518799			100.61632	平成3年	100.6163172			106.97094
平成4年	99.33954099			101.80962	平成4年	101.8096219			108.23961
平成5年	100.1165916			102.60599	平成5年	102.6059939			109.08628
平成6年	100.37262			102.86839	平成6年	102.8683884			109.36525
平成7年	99.91156877			102.39587	平成7年	102.3958732			108.86289
平成8年	99.40771175	101.6127522		101.612752	平成8年	101.6127522			108.03031
平成9年	99.96577994	102.2019567		102.201956	平成9年	102.2019567			108.65672
平成10年	99.87835029	102.056868		102.056868	平成10年	102.056868			108.50247
平成11年	98.81603814	101.1072587		101.107258	平成11年	101.1072587			107.49289
平成12年	97.43916356	99.86199153	1.024865	99.86199153	平成12年	99.86199153			106.16897
平成13年	96.1937685	98.01474572		98.0147457	平成13年	98.01474572	105.3261546		105.326154
平成14年	95.08539345	96.66909585		96.66909585	平成14年	96.66909585	103.7604346		103.760434
平成15年	94.12990057	96.06527714		96.06527714	平成15年	96.06527714	103.2357384		103.235738
平成16年		95.00964388		95.00964388	平成16年	95.00964388	101.552426		101.552426
平成17年		93.84009624		93.84009624	平成17年	93.84009624	99.7667536	1.063157	99.7667536
平成18年		93.70331407		93.70331407	平成18年	93.70331407	98.60855855		98.60855855
平成19年		93.00819787		93.00819787	平成19年	93.00819787	97.35562099		97.35562099
平成20年		92.49300583		92.49300583	平成20年	92.49300583	96.22556856		96.22556856
平成21年		92.08148746		92.08148746	平成21年	92.08148746	94.95975846		94.95975846
					平成22年		91.36047808		91.36047808
					平成23年		90.16509744		90.16509744
					平成24年		89.95069653		89.95069653
					平成25年		89.14434145		89.14434145

表-3.7 中部(左:平成7年基準と平成12年基準の接続, 右:平成12年基準と平成17年基準の接続)

年度	平成7年基準	平成12年基準	リンク係数	接続データ	年度	平成12年基準	平成17年基準	リンク係数	接続データ
平成2年	97.60407291			101.32733	平成2年	101.3273284			108.67645
平成3年	99.6643312			103.46618	平成3年	103.4661783			110.97043
平成4年	100.6825911			104.52328	平成4年	104.5232813			112.1042
平成5年	100.8372751			104.68387	平成5年	104.683866			112.27644
平成6年	100.4736471			104.30637	平成6年	104.3063669			111.87156
平成7年	100.1027683			103.92134	平成7年	103.9213403			111.4586
平成8年	99.87472759	102.8271848		102.8271848	平成8年	102.8271848			110.28509
平成9年	100.8482278	104.0281492		104.0281492	平成9年	104.0281492			111.57316
平成10年	100.5673832	103.6170857		103.6170857	平成10年	103.6170857			111.13228
平成11年	98.47503161	101.9060139		101.9060139	平成11年	101.9060139			109.29711
平成12年	96.59770763	100.2825738	1.0381465	100.2825738	平成12年	100.2825738			107.55592
平成13年	95.42248742	99.3690131		99.3690131	平成13年	99.3690131	105.182291		105.182291
平成14年	94.16411961	97.71365659		97.71365659	平成14年	97.71365659	103.4615185		103.4615185
平成15年	92.36613897	96.24607338		96.24607338	平成15年	96.24607338	102.3139602		102.3139602
平成16年		94.69088703		94.69088703	平成16年	94.69088703	101.1267345		101.1267345
平成17年		93.42774049		93.42774049	平成17年	93.42774049	100.2039191	1.0725286	100.2039191
平成18年		92.6192044		92.6192044	平成18年	92.6192044	99.25373177		99.25373177
平成19年		91.35967544		91.35967544	平成19年	91.35967544	98.26840268		98.26840268
平成20年		90.62710227		90.62710227	平成20年	90.62710227	96.65160015		96.65160015
平成21年		90.55623568		90.55623568	平成21年	90.55623568	95.8897699		95.8897699
					平成22年		93.09010438		93.09010438
					平成23年		92.20697117		92.20697117
					平成24年		92.87241317		92.87241317
					平成25年		92.99664442		92.99664442

表-3.8 近畿(左:平成7年基準と平成12年基準の接続, 右:平成12年基準と平成17年基準の接続)

年度	平成7年基準	平成12年基準	リンク係数	接続データ	年度	平成12年基準	平成17年基準	リンク係数	接続データ
平成2年	96.35376894			98.15084143	平成2年	98.15084143			104.99673
平成3年	98.75753055			100.59944	平成3年	100.5994351			107.61611
平成4年	99.78088862			101.64188	平成4年	101.6418796			108.73127
平成5年	100.3017478			102.17245	平成5年	102.1724531			109.29885
平成6年	100.3852036			102.25747	平成6年	102.2574655			109.38979
平成7年	99.9988964			101.86497	平成7年	101.8649651			108.96991
平成8年	99.59162155	101.5321784		101.5321784	平成8年	101.5321784			108.61391
平成9年	100.7972091	102.6481229		102.6481229	平成9年	102.6481229			109.80769
平成10年	100.5971994	102.310849		102.310849	平成10年	102.310849			109.4469
平成11年	99.15462846	100.9651045		100.9651045	平成11年	100.9651045			108.00729
平成12年	97.89829438	99.72417347	1.0186508	99.72417347	平成12年	99.72417347			106.6798
平成13年	97.00331024	98.39982961		98.39982961	平成13年	98.39982961	106.2489539		106.2489539
平成14年	95.79336435	96.84999136		96.84999136	平成14年	96.84999136	104.4034451		104.4034451
平成15年	94.43091075	95.87497165		95.87497165	平成15年	95.87497165	103.419091		103.419091
平成16年		95.0117163		95.0117163	平成16年	95.0117163	102.3357015		102.3357015
平成17年		93.89933122		93.89933122	平成17年	93.89933122	100.4486859	1.0697487	100.4486859
平成18年		93.90235927		93.90235927	平成18年	93.90235927	99.40719699		99.40719699
平成19年		93.72030436		93.72030436	平成19年	93.72030436	98.86203123		98.86203123
平成20年		93.77182379		93.77182379	平成20年	93.77182379	98.74082823		98.74082823
平成21年		92.03853393		92.03853393	平成21年	92.03853393	97.08953826		97.08953826
					平成22年		94.93584966		94.93584966
					平成23年		93.73565825		93.73565825
					平成24年		93.79409939		93.79409939
					平成25年		92.99060161		92.99060161

表-3.9 中国(左:平成7年基準と平成12年基準の接続, 右:平成12年基準と平成17年基準の接続)

年度	平成7年基準	平成12年基準	リンク係数	接続データ	年度	平成12年基準	平成17年基準	リンク係数	接続データ
平成2年	96.46610565			98.59742087	平成2年	98.59742087			102.91003
平成3年	99.02482457			101.21267	平成3年	101.2126719			105.63967
平成4年	100.359926			102.57727	平成4年	102.577271			107.06396
平成5年	100.4744429			102.69432	平成5年	102.694318			107.18612
平成6年	100.2130579			102.42716	平成6年	102.427158			106.90728
平成7年	99.94025045			102.14832	平成7年	102.1483232			106.61625
平成8年	99.88627454	101.9459459		101.9459459	平成8年	101.9459459			106.40502
平成9年	100.997293	103.0633703		103.0633703	平成9年	103.0633703			107.57132
平成10年	100.6581269	102.6878161		102.6878161	平成10年	102.6878161			107.17934
平成11年	99.40302492	101.3566437		101.3566437	平成11年	101.3566437			105.78994
平成12年	98.28660589	100.4581431	1.0220939	100.4581431	平成12年	100.4581431			104.85214
平成13年	97.69557453	99.47473668		99.47473668	平成13年	99.47473668	104.5006682		104.5006682
平成14年	96.54667221	97.95408834		97.95408834	平成14年	97.95408834	102.9727438		102.9727438
平成15年	95.28955794	96.88303175		96.88303175	平成15年	96.88303175	101.5648422		101.5648422
平成16年		96.12235334		96.12235334	平成16年	96.12235334	100.6957658		100.6957658
平成17年		95.56116837		95.56116837	平成17年	95.56116837	99.74097418	1.0437396	99.74097418
平成18年		95.3185837		95.3185837	平成18年	95.3185837	99.01675292		99.01675292
平成19年		95.1083299		95.1083299	平成19年	95.1083299	98.28724723		98.28724723
平成20年		94.87435958		94.87435958	平成20年	94.87435958	97.61821734		97.61821734
平成21年		92.84964099		92.84964099	平成21年	92.84964099	95.33651766		95.33651766
					平成22年		92.11842256		92.11842256
					平成23年		90.70490526		90.70490526
					平成24年		91.25727116		91.25727116
					平成25年		90.97798333		90.97798333

表-3.10 四国(左:平成7年基準と平成12年基準の接続, 右:平成12年基準と平成17年基準の接続)

年度	平成7年基準	平成12年基準	リンク係数	接続データ	年度	平成12年基準	平成17年基準	リンク係数	接続データ
平成2年	97.43084837			98.79500038	平成2年	98.79500038			102.44148
平成3年	99.39383885			100.78548	平成3年	100.7854751			104.50542
平成4年	100.3213816			101.726	平成4年	101.7260046			105.48067
平成5年	100.5789641			101.98719	平成5年	101.9871936			105.7515
平成6年	100.7661495			102.177	平成6年	102.1769998			105.94831
平成7年	99.83207168			101.22984	平成7年	101.2298438			104.96619
平成8年	99.76812478	100.7987342		100.7987342	平成8年	100.7987342			104.51917
平成9年	100.8276278	101.9618197		101.9618197	平成9年	101.9618197			105.72519
平成10年	100.3047319	101.49065		101.49065	平成10年	101.49065			105.23663
平成11年	99.40815155	100.6015391		100.6015391	平成11年	100.6015391			104.3147
平成12年	98.53043887	99.9099865	1.0140012	99.9099865	平成12年	99.9099865			103.59762
平成13年	97.48486451	98.62011433		98.62011433	平成13年	98.62011433	103.796705		103.796705
平成14年	96.58647916	97.49457262		97.49457262	平成14年	97.49457262	102.2271397		102.2271397
平成15年	95.44898969	96.73079656		96.73079656	平成15年	96.73079656	101.3889283		101.3889283
平成16年		96.52672922		96.52672922	平成16年	96.52672922	100.5175838		100.5175838
平成17年		96.63475512		96.63475512	平成17年	96.63475512	100.2015024	1.0369096	100.2015024
平成18年		96.7838413		96.7838413	平成18年	96.7838413	99.7007502		99.7007502
平成19年		97.18256765		97.18256765	平成19年	97.18256765	99.17675418		99.17675418
平成20年		97.59298244		97.59298244	平成20年	97.59298244	98.57429769		98.57429769
平成21年		95.61951773		95.61951773	平成21年	95.61951773	95.60074754		95.60074754
					平成22年		92.7538857		92.7538857
					平成23年		92.07213978		92.07213978
					平成24年		92.18837535		92.18837535
					平成25年		91.78675832		91.78675832

表-3.11 九州(左:平成7年基準と平成12年基準の接続, 右:平成12年基準と平成17年基準の接続)

年度	平成7年基準	平成12年基準	リンク係数	接続データ	年度	平成12年基準	平成17年基準	リンク係数	接続データ
平成2年	95.0917607			97.578957	平成2年	97.57895718			103.848
平成3年	97.79768851			100.35566	平成3年	100.3556606			106.8031
平成4年	99.21743196			101.81254	平成4年	101.8125385			108.35358
平成5年	100.2993829			102.92279	平成5年	102.9227886			109.53515
平成6年	100.3199739			102.94392	平成6年	102.9439182			109.55764
平成7年	99.86800368			102.48013	平成7年	102.4801264			109.06405
平成8年	99.55142186	101.5932454		101.5932454	平成8年	101.5932454			108.12019
平成9年	100.6886548	102.8257902		102.8257902	平成9年	102.8257902			109.43192
平成10年	100.5021714	102.5467232		102.5467232	平成10年	102.5467232			109.13493
平成11年	99.37376498	101.6425622		101.6425622	平成11年	101.6425622			108.17268
平成12年	97.87998746	100.4401121	1.0261558	100.4401121	平成12年	100.4401121			106.89298
平成13年	96.85843253	99.20287813		99.20287813	平成13年	99.20287813	105.1404878		105.1404878
平成14年	95.92609422	97.7167664		97.7167664	平成14年	97.7167664	103.4919346		103.4919346
平成15年	94.42042367	96.69340853		96.69340853	平成15年	96.69340853	102.6277157		102.6277157
平成16年		95.56217507		95.56217507	平成16年	95.56217507	101.4924783		101.4924783
平成17年		94.15294089		94.15294089	平成17年	94.15294089	100.2018801	1.0642459	100.2018801
平成18年		93.66475124		93.66475124	平成18年	93.66475124	99.26822284		99.26822284
平成19年		93.58965845		93.58965845	平成19年	93.58965845	98.54484564		98.54484564
平成20年		92.96959285		92.96959285	平成20年	92.96959285	97.95443405		97.95443405
平成21年		91.94575771		91.94575771	平成21年	91.94575771	95.86278382		95.86278382
					平成22年		92.60524623		92.60524623
					平成23年		91.23787619		91.23787619
					平成24年		91.62417379		91.62417379
					平成25年		91.25865213		91.25865213

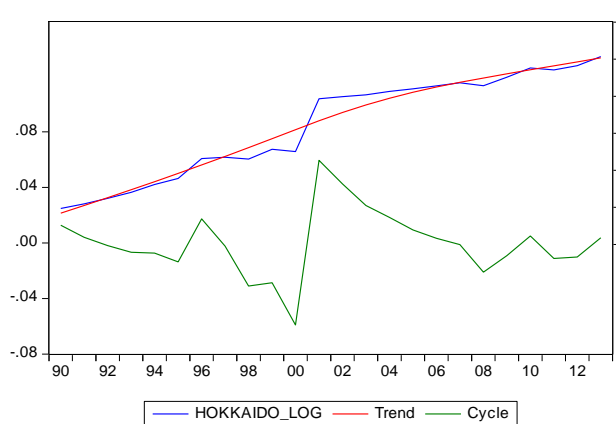
DSGE モデルは定常状態からの剥離でモデル化されているため, データを実額のまま使用することはできない. そこでデータに対数をとってからホドリックプレスコットフィルターを適用してトレンドからの剥離率を計算して, それを定常状態からの剥離とみなす. ホドリックプレスコットフィルターはマクロ経済変数のトレンドと呼ばれる長期的部分とその周辺で起こる変動部分に分離する. なお, スムージングパラメータは年率の 100 とする.

以上より, 4 種類(消費, GDP, 民間投資, 公共投資対 GDP 比)のデータを 8 地域(北海道・東北, 関東, 中部, 近畿, 中国, 四国, 九州, 全国)分をグラフ(3.1-3.4)に示す. 実際にパラメータ推定の際に用いるのは剥離(Cycle)である.

グラフ-3.1 消費

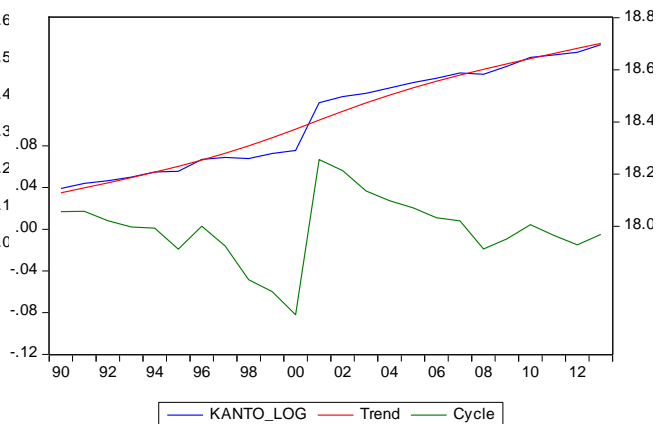
北海道・東北

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



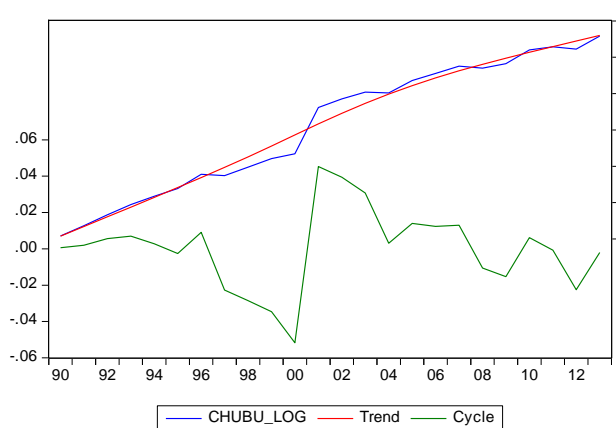
関東

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



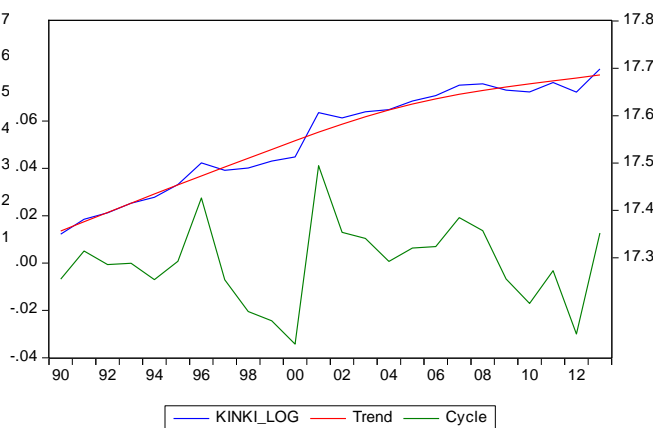
中部

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



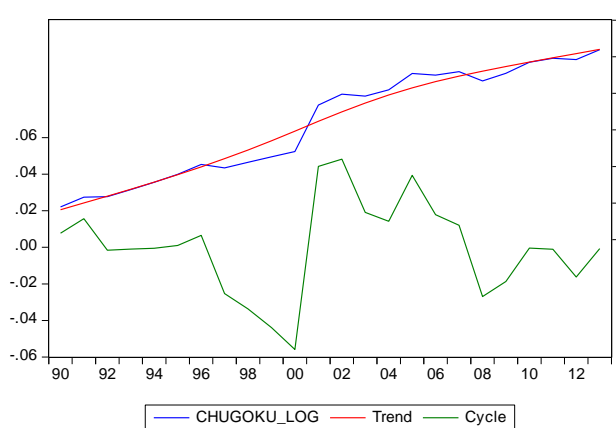
近畿

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



中国

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



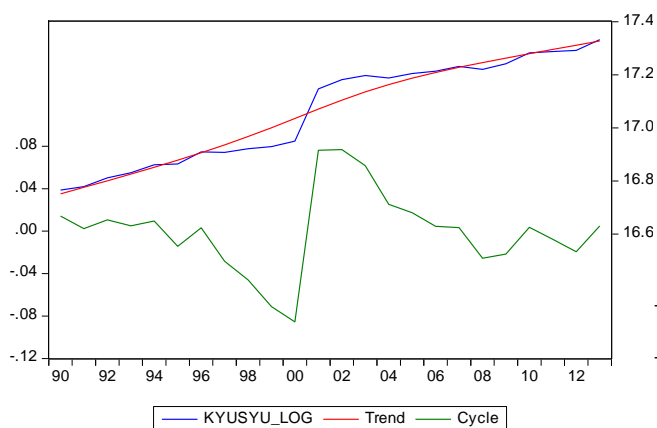
四国

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



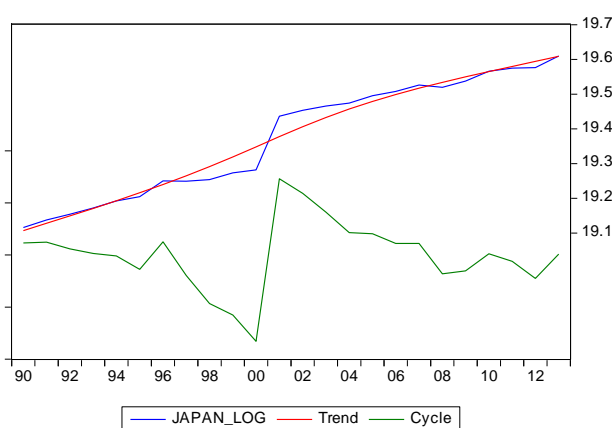
九州

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



全国

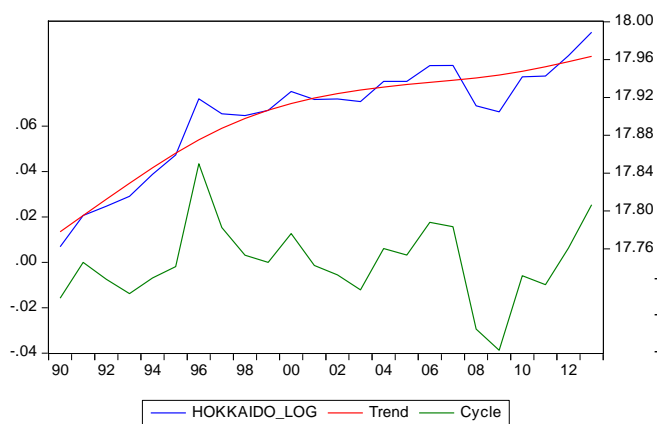
Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



グラフ-3.2 GDP

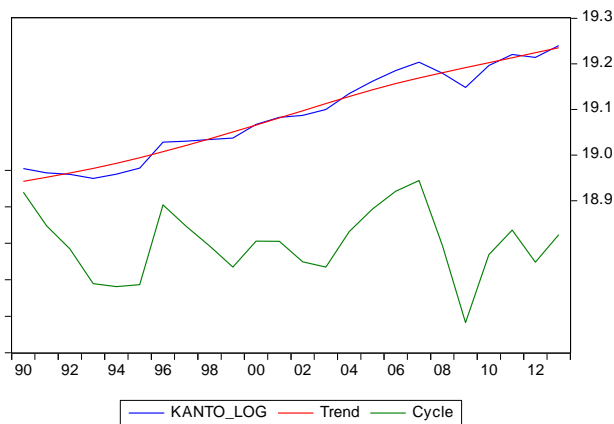
北海道・東北

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



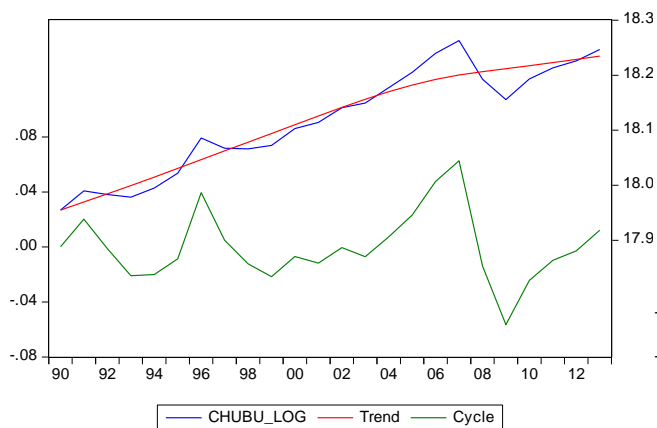
関東

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



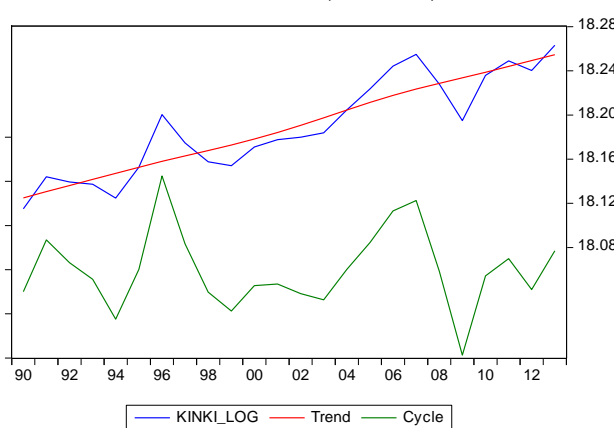
中部

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



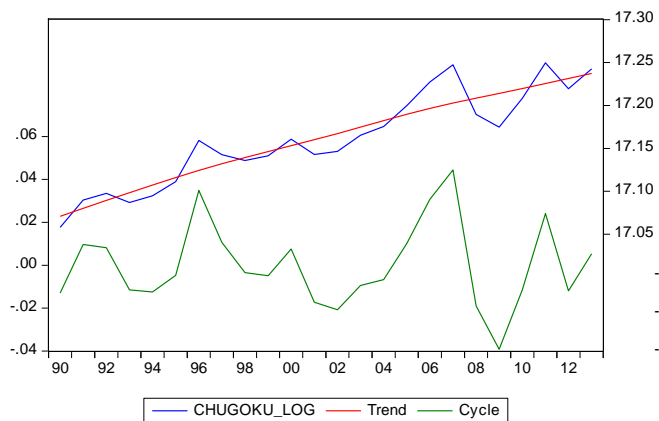
近畿

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



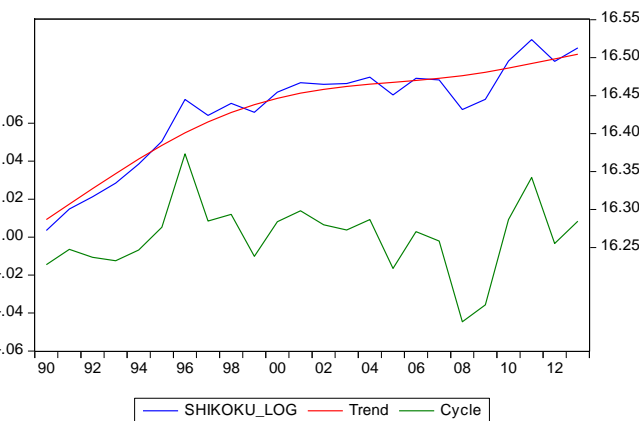
中国

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



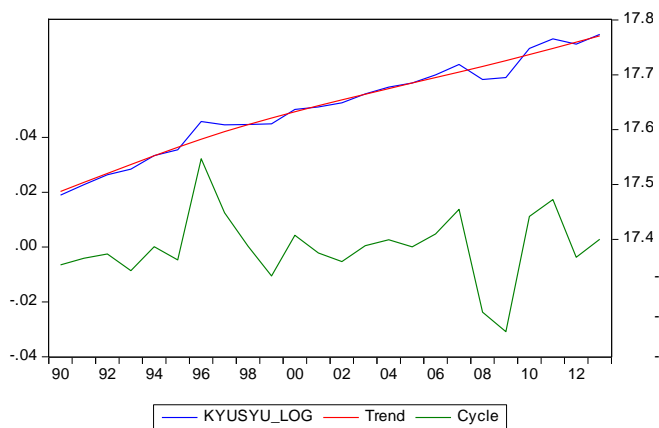
四国

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



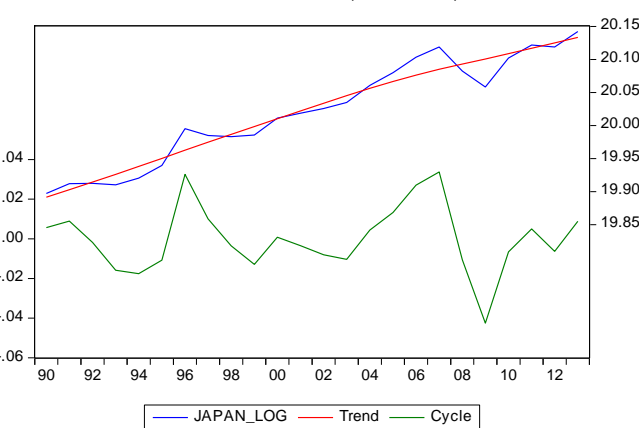
九州

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



全国

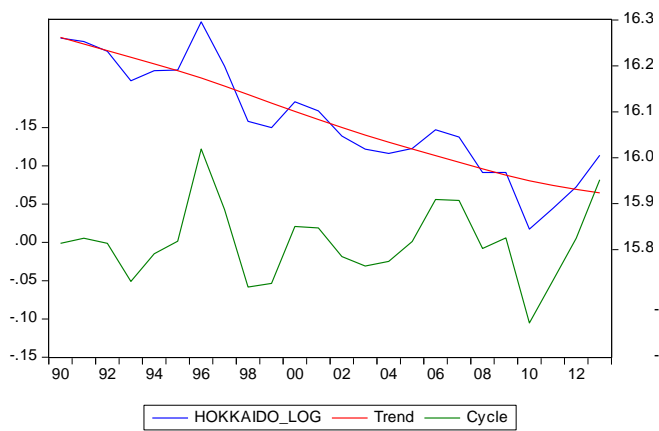
Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



グラフ-3.3 民間投資

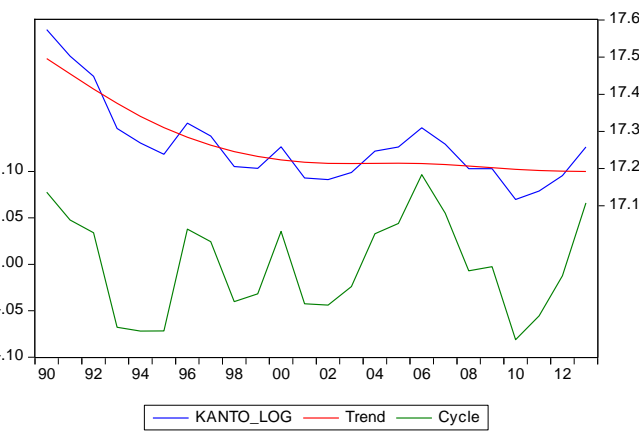
北海道・東北

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



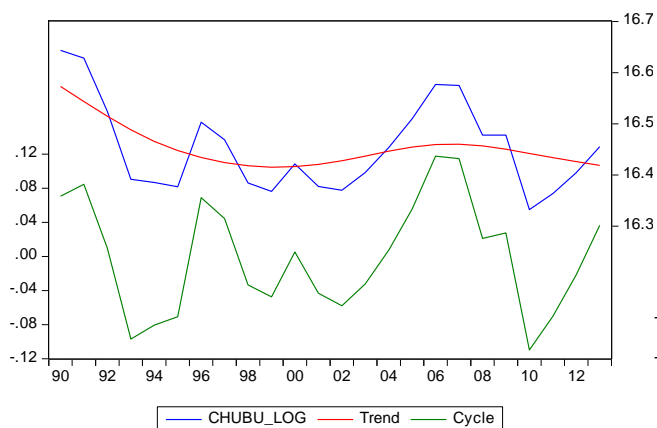
関東

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



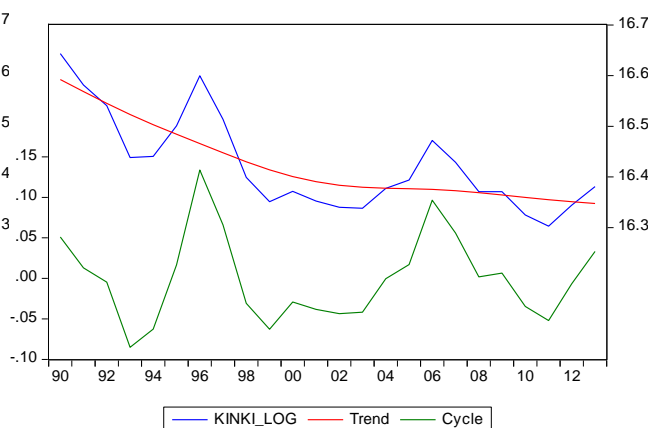
中部

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



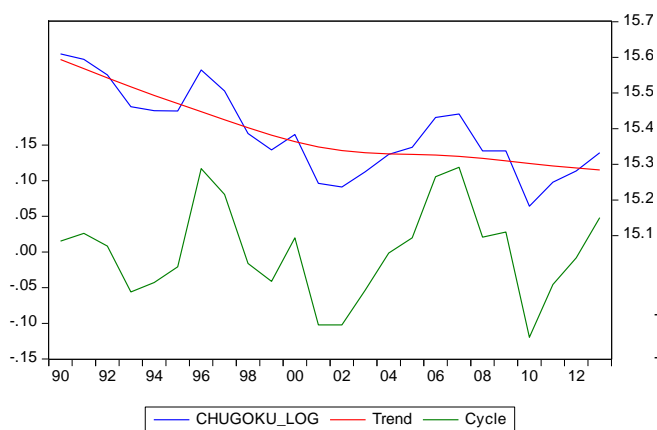
近畿

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



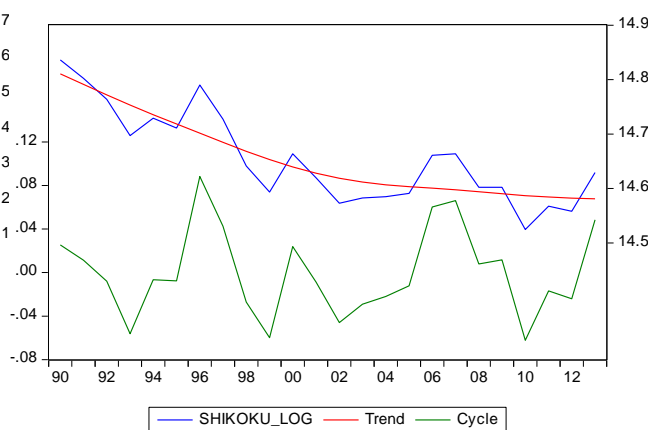
中国

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



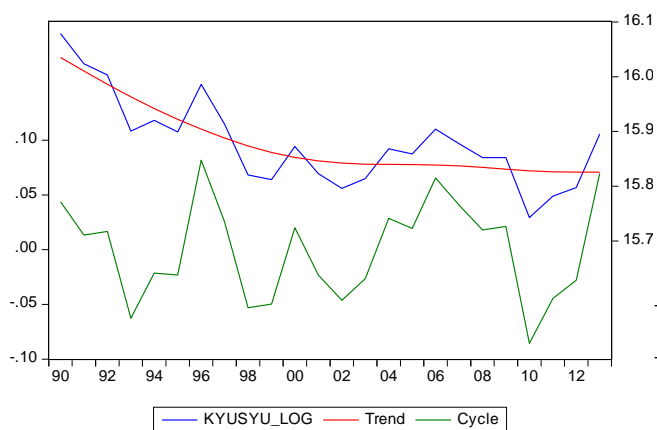
四国

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



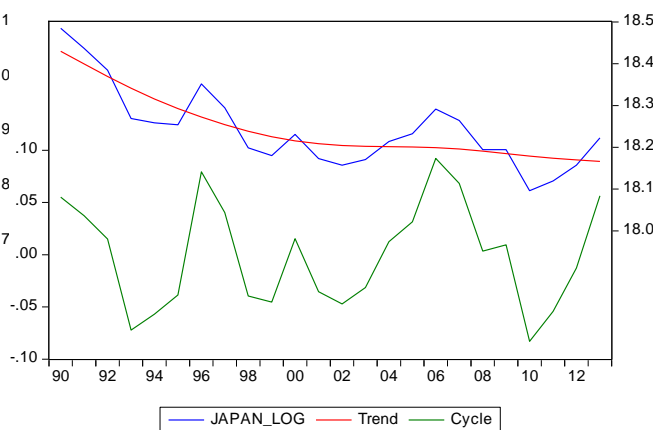
九州

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



全国

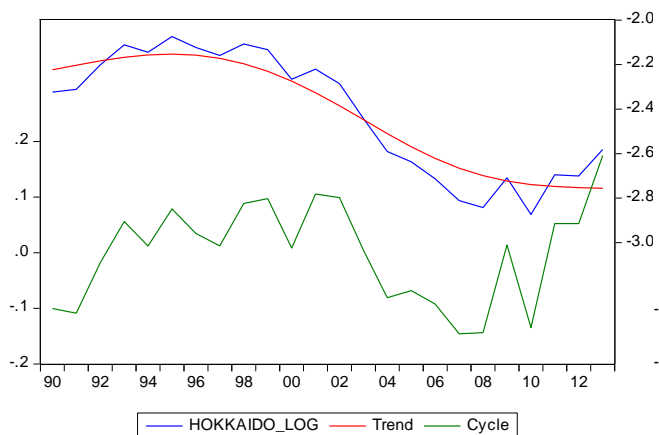
Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



グラフ-3.4 公共投資対GDP比

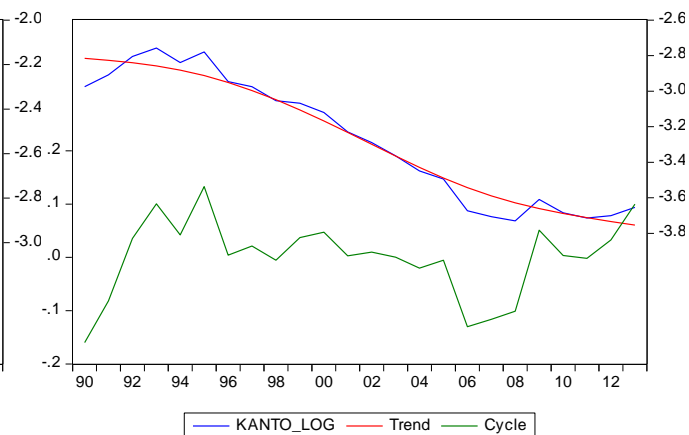
北海道・東北

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



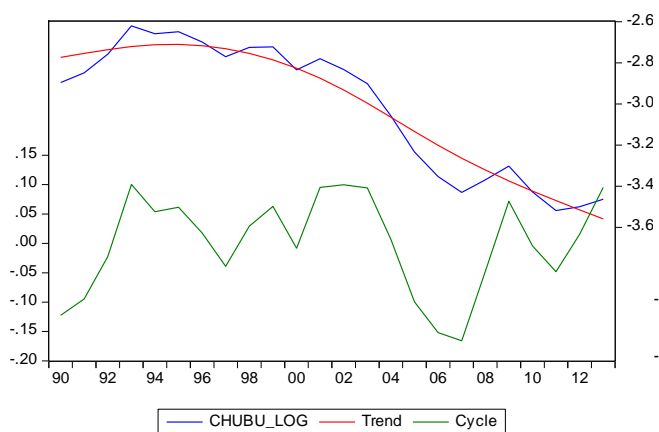
関東

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



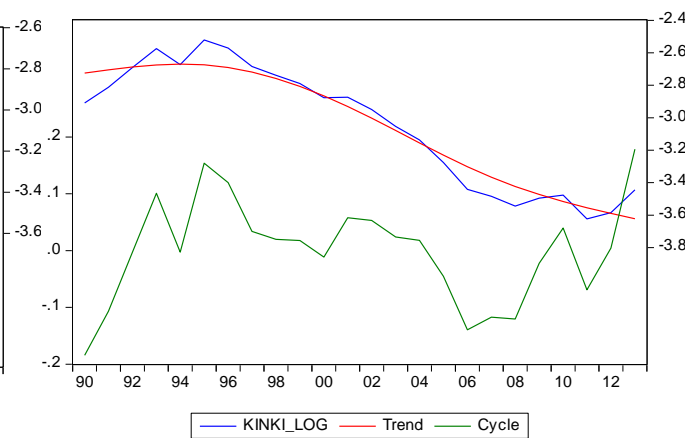
中部

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



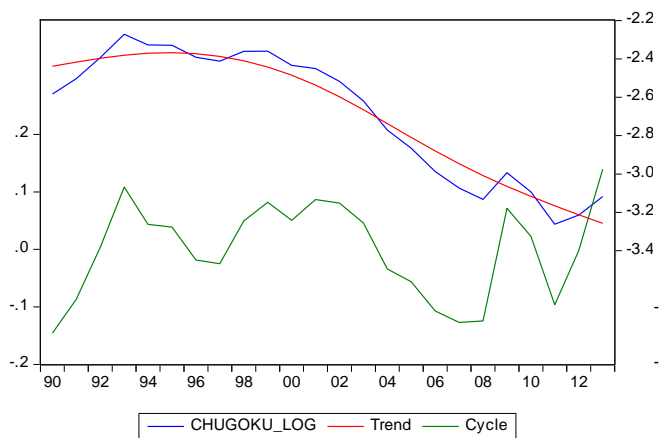
近畿

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



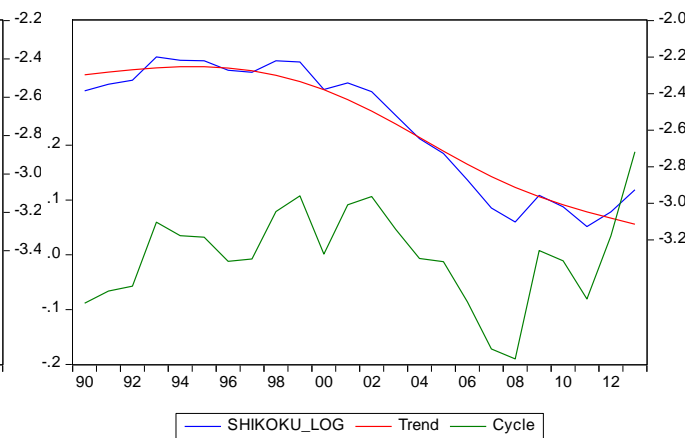
中国

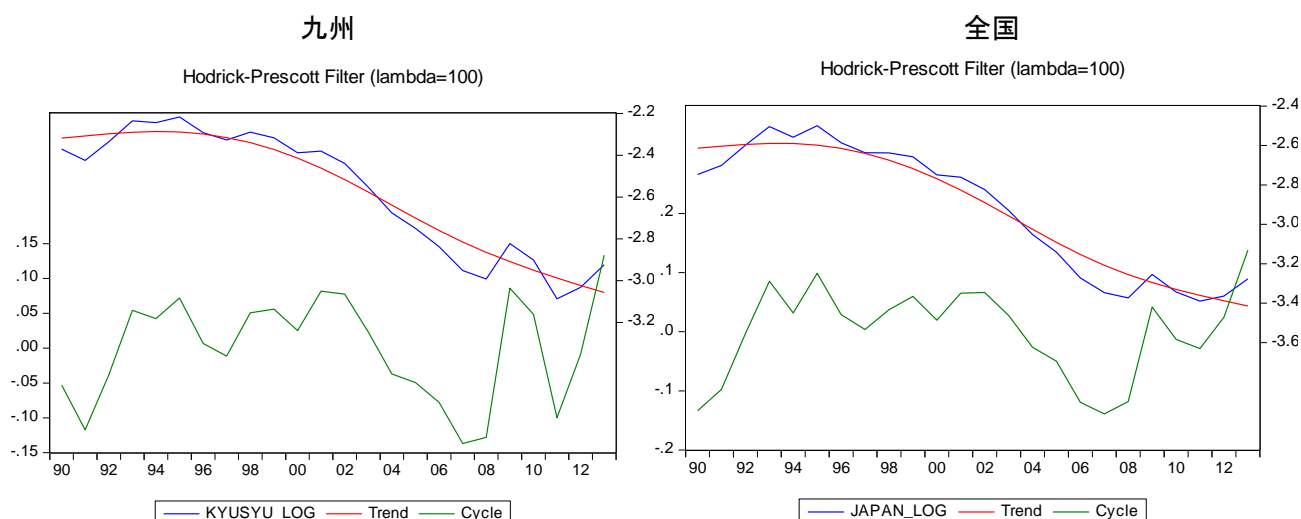
Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)



四国

Hodrick-Prescott Filter (lambda=100)





3.3.2 公共投資対 GDP 比の定常状態値

本研究において定義している公共投資対 GDP 比は厳密には、一般政府総固定資本形成対 GDP 比である。これは県民経済計算では公共投資ではなく、公的総資本形成しか入手することができないからである。公的総資本形成にはコンピューターのソフト等や学校施設や公立病院などへの投資を含んでいる。よって本研究で政府が行う社会資本への投資はこれらを含んでいる。

公共投資対 GDP 比の定常状態値は、3.3 で述べた通り推定するのではなくあらかじめ値を決めるパラメータである。推定しないパラメータは効用関数の弾力性など人の特性を示すものが多いので全地域で同じ値を用いているが、公共投資対 GDP 比の定常状態値は 3.3.1 で作成したデータにより、地域差を示すパラメータだということが分かる(表-3.12)。この値は平成 2 年から平成 25 年までの各地域の公共投資の平均を平成 2 年から平成 25 年までの各地域の GDP の平均で除した値である。

表-3.12 各地域の公共投資対 GDP 比の定常状態値

地域	公共投資対 GDP 比の定常状態値
北海道・東北	0.092
関東	0.040
中部	0.051
近畿	0.050
中国	0.072
四国	0.080
九州	0.079
全国	0.056

一番値が大きいのは北海道・東北一番値が小さいのは関東である。関東や近畿など比較的規模の大きい都市で小さい値なのは、公共投資額に対して GDP がとても大きいからである。

3.3.3 社会資本の生産性

社会資本の生産性とは「GDP の変化率/社会資本ストック額の変化率」すなわち社会資本ストック額が1%変化した時に GDP が何%変化するかを示している。社会資本の生産性が大きいほど、社会資本ストックの変化に対する GDP の反応が良くなる。

これまでは、主に生産関数を用いてこのパラメータの推定を行ってきた。本研究のようにベイズ推定を用いてパラメータ推定している研究も存在するが、DSGE モデルを地域別の分析に利用した例はなく、値をそのまま引用することはできない。

本研究では、地域別の社会資本の生産性を推定している小西(2004)を参考にする。小西(2004)⁹⁾ は生産関数を用いた推定を行っているものの、最近のデータを用いて地域別に推定している数少ない論文である。そこで、小西(2004)⁹⁾ の値(表-3.7)を事前分布(平均値)として利用し、推定を行う。また事前分布(標準偏差)は地域別だと参考のできる既往研究は存在しないので全ての地域で 0.1 とする。

表-3.13 小西(2004)による地域別の社会資本の生産性

地域	社会資本の生産性
北海道・東北	0.06
関東	0.24
中部	0.40
近畿	0.06
中国	0.22
四国	0.06
九州	0.14
全国	0.14

3.4 事後分布

メトロポリスヘイスティング法では、サンプリング回数を 200000 回とし、100000 回を burn-in(メトロポリスヘイスティング法が不変分布に収束するまでの作業)とする。チェーン数は1つとし、残りの 100000 回を事後分布からのサンプリングと見なして事後分析に用いる。

また、調節係数を各地域で表-3.8 のように設定することで、受容率が 25%前後になる。

表-3.14 各地域の調節係数と受容率

地域	調節係数	受容率(%)
北海道・東北	0.650	25.6674
関東	0.650	25.7929
中部	0.670	25.4099
近畿	0.660	25.5099
中国	0.660	25.1639
四国	0.652	25.0249
九州	0.655	25.0504
全国	0.645	25.3559

以上の、事前分布と調節係数を用いて MCMC 法によるベイズ推定を行うと事後分布は表のようになる。

グラフ-3.6 事前分布と事後分布(北海道・東北)

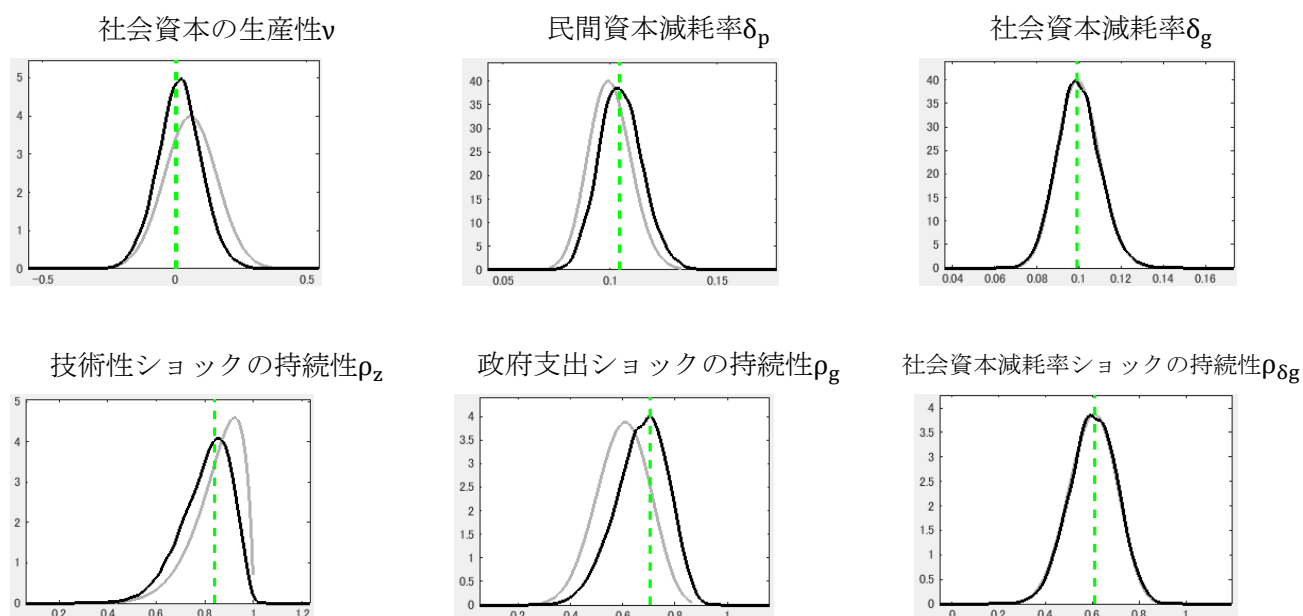


表-3.15 推定結果(北海道・東北)

パラメータ	平均	標準偏差	90%信用区間
社会資本の生産性 ν	0.0172	0.083	-0.1223~0.1521
民間資本減耗率 δ_p	0.1049	0.010	0.0877~0.1209
社会資本減耗率 δ_g	0.0997	0.010	0.0826~0.1154
技術性ショックの持続性 ρ_z	0.8028	0.100	0.6421~0.9591
政府支出ショックの持続性 ρ_g	0.6701	0.099	0.5104~0.8287
社会資本減耗率ショックの持続性 $\rho_{\delta g}$	0.6023	0.099	0.4367~0.7606

グラフ-3.7 事前分布と事後分布(関東)

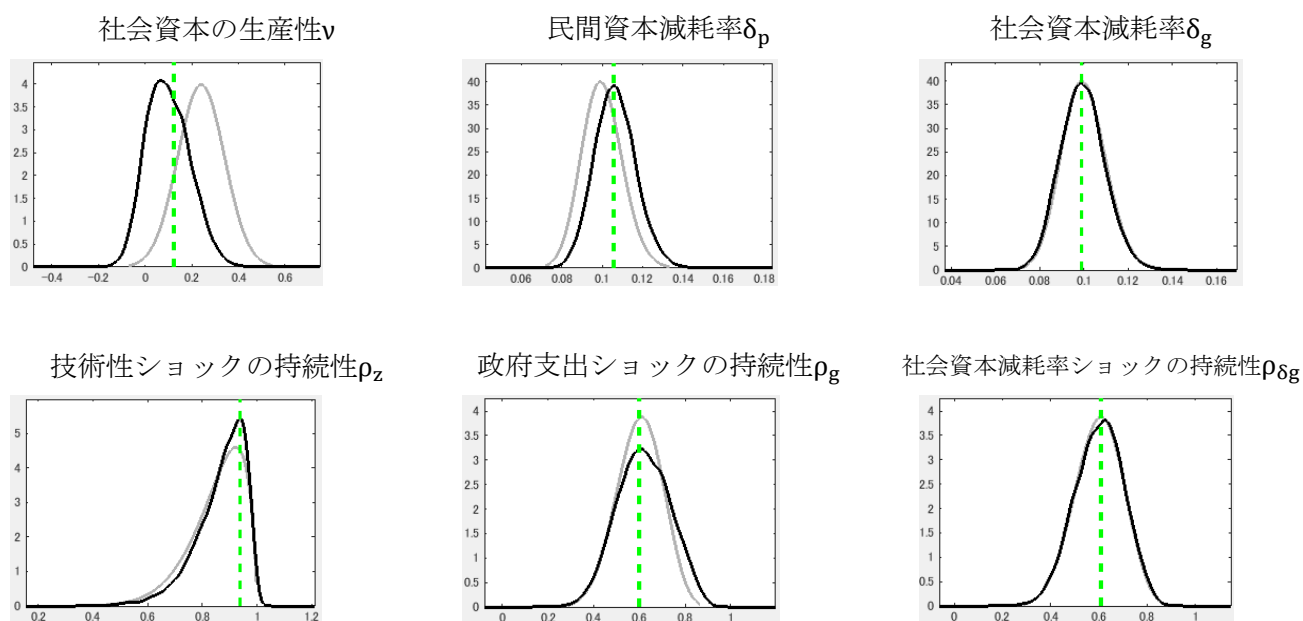


表-3.16 推定結果(関東)

パラメータ	記号	平均	標準偏差	90%信用区間
社会資本の生産性	ν	0.0979	0.092	-0.0475~0.2508
民間資本減耗率	δ_p	0.1064	0.010	0.0899~0.1234
社会資本減耗率	δ_g	0.993	0.010	0.0834~0.1160
技術性ショックの持続性	ρ_z	0.8651	0.092	0.7373~0.9913
政府支出ショックの持続性	ρ_g	0.6168	0.115	0.4251~0.8038
社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$	0.6000	0.101	0.4405~0.7695

グラフ-3.8 事前分布と事後分布(中部)

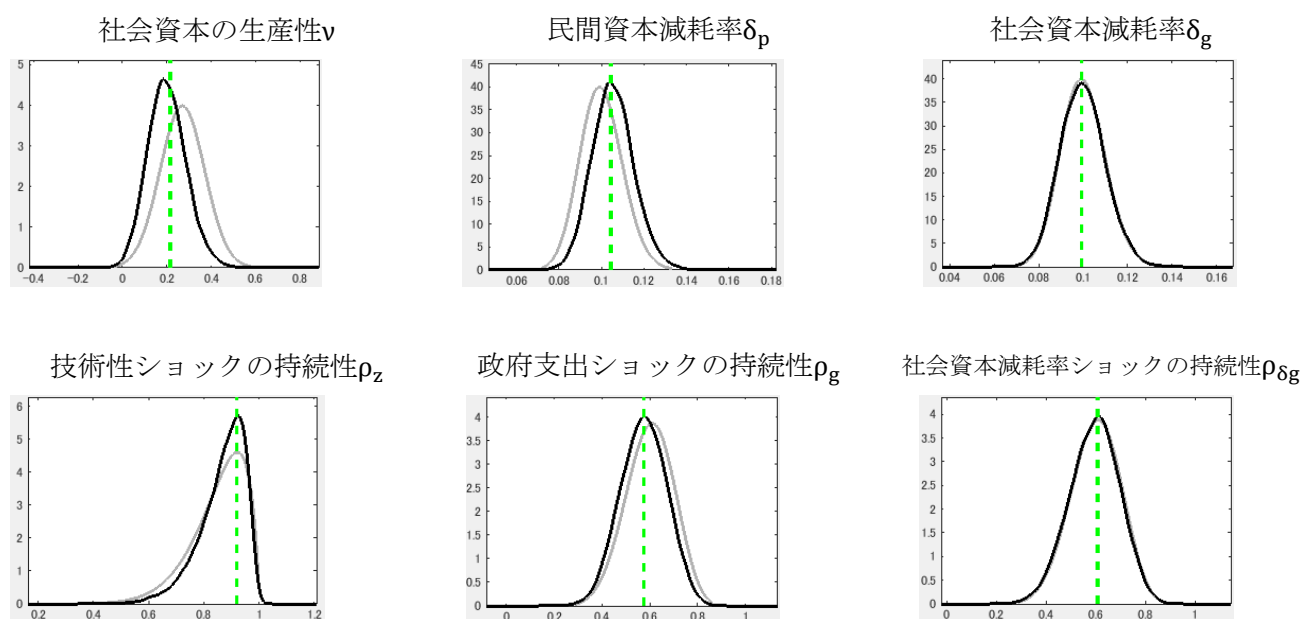


表-3.17 推定結果(中部)

パラメータ	記号	平均	標準偏差	90%信用区間
社会資本の生産性	ν	0.1997	0.086	0.0520~0.3332
民間資本減耗率	δ_p	0.1054	0.010	0.0886~0.1212
社会資本減耗率	δ_g	0.0997	0.010	0.0836~0.1164
技術性ショックの持続性	ρ_z	0.8653	0.087	0.7427~0.9835
政府支出ショックの持続性	ρ_g	0.5730	0.097	0.4140~0.7294
社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$	0.5946	0.100	0.4324~0.7604

グラフ-3.9 事前分布と事後分布(近畿)

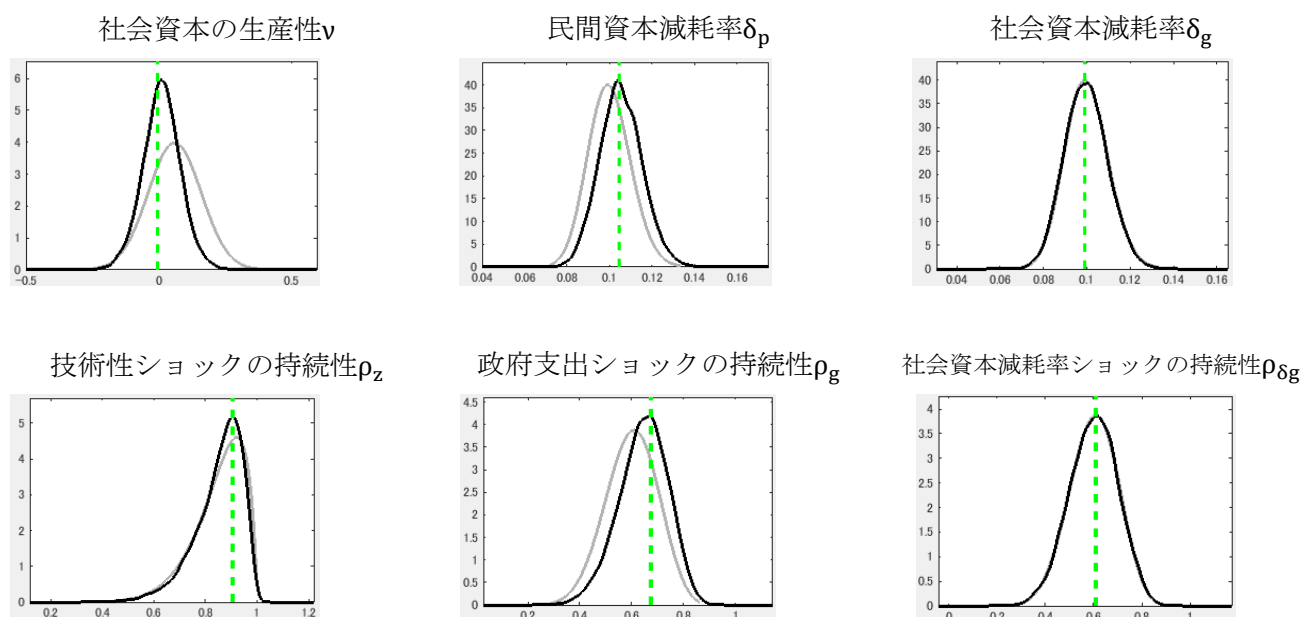


表-3.18 推定結果(近畿)

パラメータ	記号	平均	標準偏差	90%信用区間
社会資本の生産性	ν	0.0098	0.071	-0.11069~0.1261
民間資本減耗率	δ_p	0.1052	0.010	0.0887~0.1215
社会資本減耗率	δ_g	0.0995	0.010	0.0828~0.1151
技術性ショックの持続性	ρ_z	0.8502	0.091	0.7162~0.9843
政府支出ショックの持続性	ρ_g	0.6432	0.095	0.4960~0.8033
社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$	0.5987	0.100	0.4323~0.7588

グラフ-3.10 事前分布と事後分布(中国)

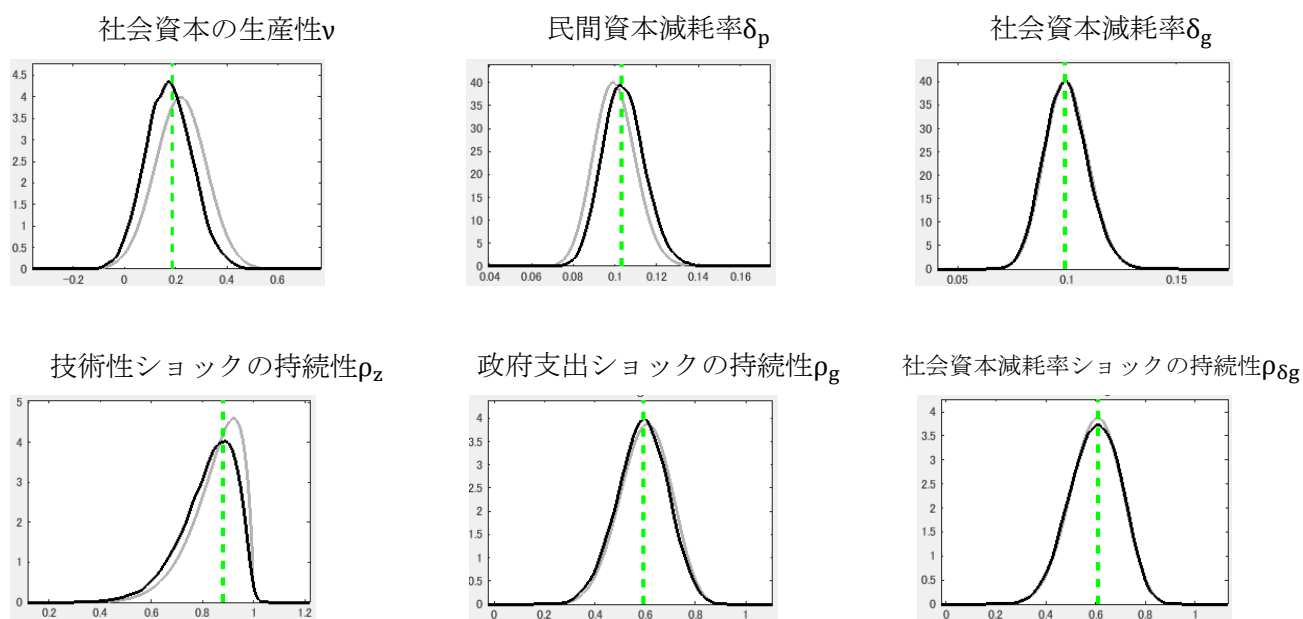


表-3.19 推定結果(中国)

パラメータ	記号	平均	標準偏差	90% 信用区間
社会資本の生産性	ν	0.1732	0.092	0.0220~0.3180
民間資本減耗率	δ_p	0.1040	0.010	0.0881~0.1207
社会資本減耗率	δ_g	0.0995	0.010	0.0843~0.1167
技術性ショックの持続性	ρ_z	0.8207	0.105	0.6661~0.9802
政府支出ショックの持続性	ρ_g	0.5875	0.098	0.4282~0.7556
社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$	0.5974	0.101	0.4361~0.7618

グラフ-3.11 事前分布と事後分布(四国)

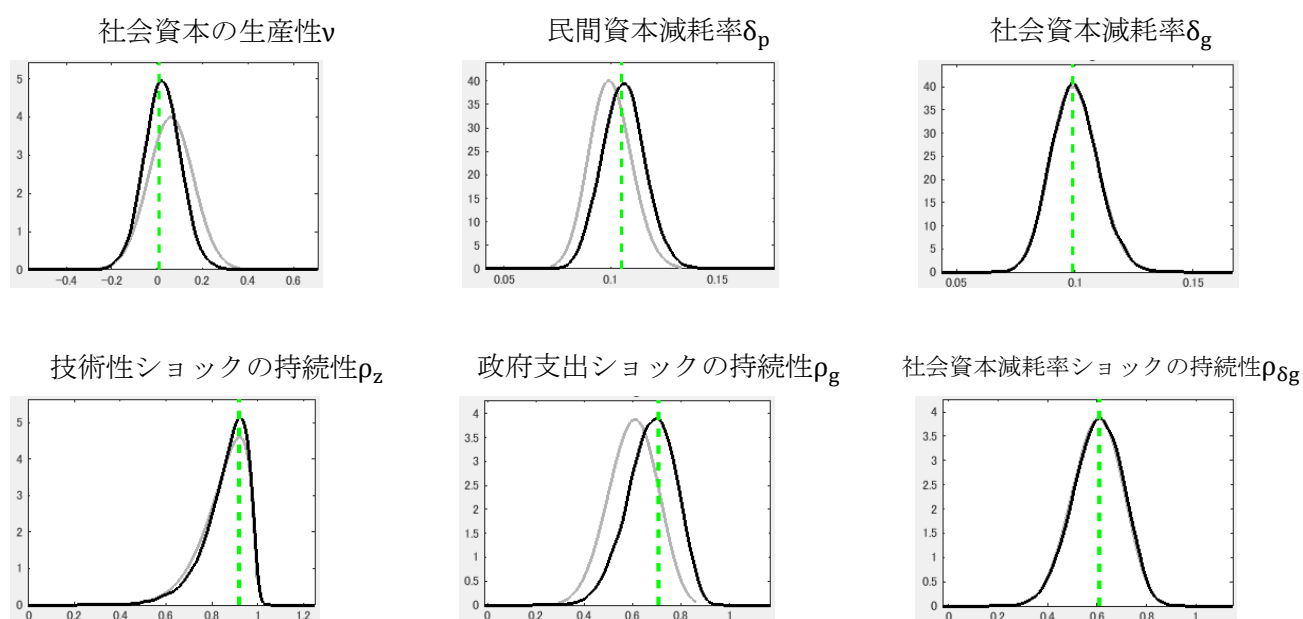


表-3.20 推定結果(四国)

パラメータ	記号	平均	標準偏差	90%信用区間
社会資本の生産性	ν	0.0223	0.083	-0.1086~0.1556
民間資本減耗率	δ_p	0.1059	0.010	0.0895~0.1223
社会資本減耗率	δ_g	0.0999	0.010	0.0841~0.1161
技術性ショックの持続性	ρ_z	0.8590	0.092	0.7265~0.9932
政府支出ショックの持続性	ρ_g	0.6754	0.099	0.5139~0.8351
社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$	0.6029	0.100	0.4429~0.7677

グラフ-3.12 事前分布と事後分布(九州)

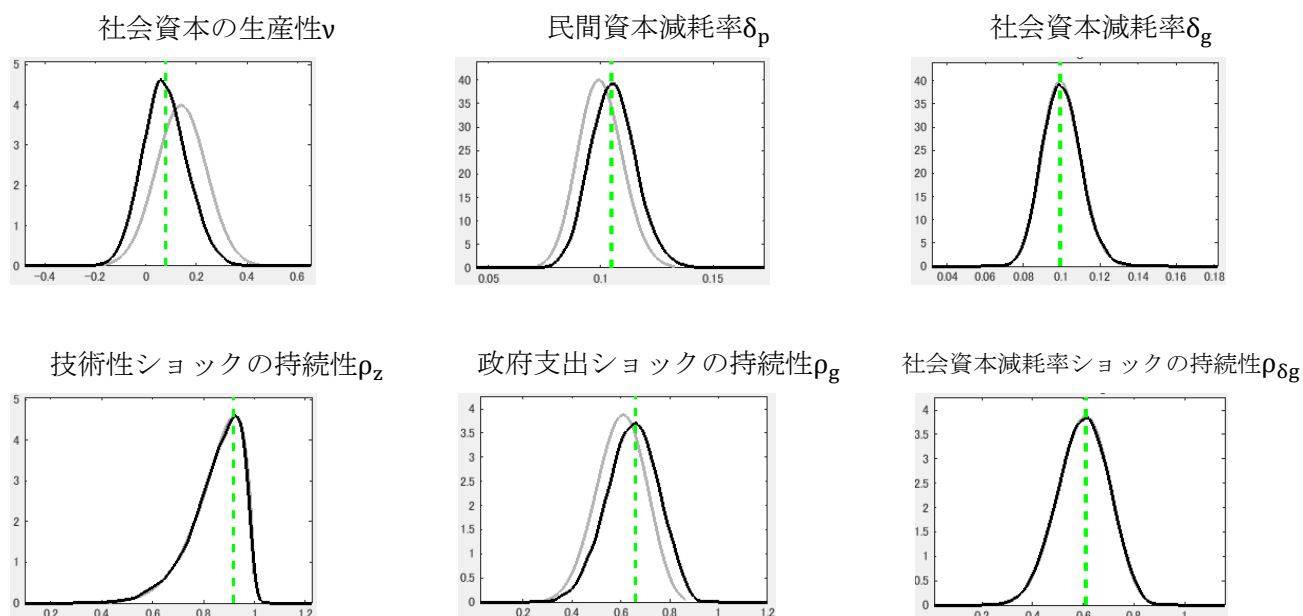


表-3.21 推定結果(九州)

パラメータ	記号	平均	標準偏差	90%信用区間
社会資本の生産性	ν	0.0757	0.088	-0.0732~0.2157
民間資本減耗率	δ_p	0.1055	0.010	0.0894~0.1225
社会資本減耗率	δ_g	0.1000	0.010	0.0831~0.1158
技術性ショックの持続性	ρ_z	0.8471	0.101	0.7042~0.9925
政府支出ショックの持続性	ρ_g	0.6454	0.105	0.4780~0.8203
社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$	0.5984	0.099	0.4389~0.7670

グラフ-3.13 事前分布と事後分布(全国)

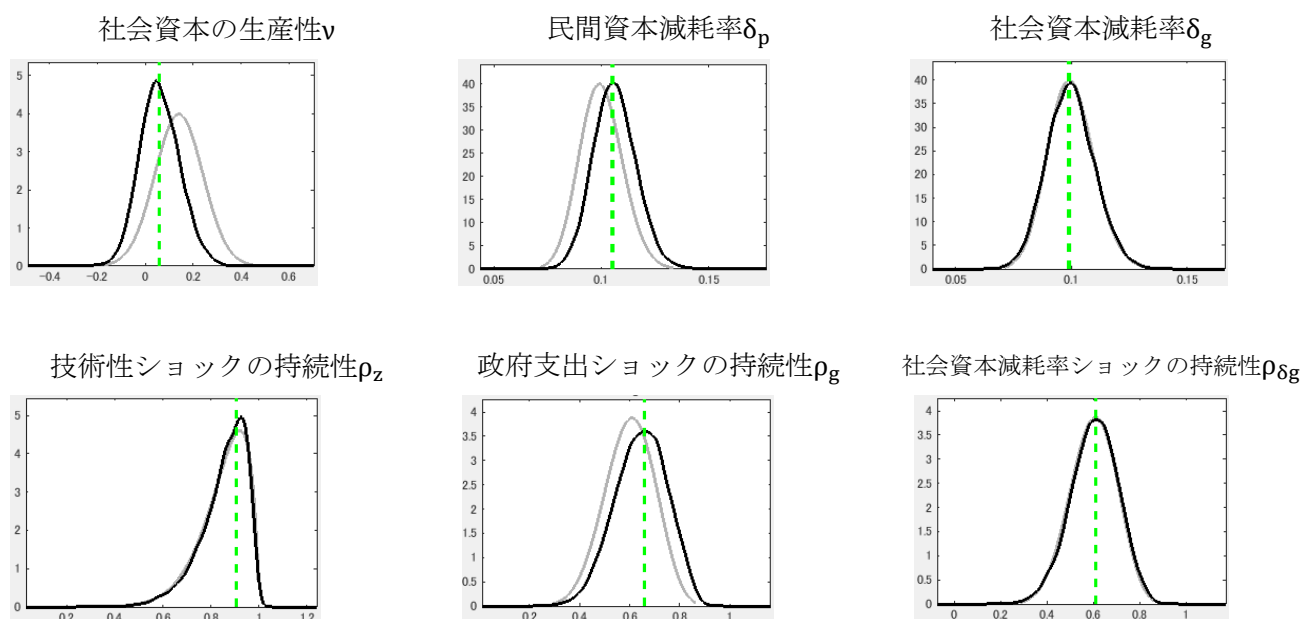


表-3.22 推定結果(全国)

パラメータ	記号	平均	標準偏差	90%信用区間
社会資本の生産性	ν	0.0600	0.084	-0.0734~0.1977
民間資本減耗率	δ_p	0.1061	0.010	0.0903~0.1225
社会資本減耗率	δ_g	0.0997	0.010	0.0827~0.1161
技術性ショックの持続性	ρ_z	0.8524	0.097	0.7176~0.9904
政府支出ショックの持続性	ρ_g	0.6434	0.104	0.4822~0.8194
社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$	0.6028	0.101	0.4372~0.7707

まず、社会資本の生産性について述べる。小西(2004)⁹⁾ に比べ全体的に小さく推定されているが、中部や中国で高い値をとり四国や近畿で小さい値をとるなど、順位は同じになっている。他の推定パラメータと比べ、地域別のばらつきが多いのは社会資本の生産性だけ地域別の事前分布(初期値)を用いていることが理由の一つだが、全地域で同一の事前分布(初期値)で推定しても、ばらつきが出るので、より地域の特徴を示すパラメータだということが分かる。

続いて政府支出ショックの持続性について述べる。このパラメータは政府が社会資本へ投資を行った際にどの程度長く投資を行うかを示すパラメータなのだが、社会資本の生産性同様に地域の特徴を示すパラメータだということが分かる。

他のパラメータは地域ごとのデータを用いているにも関わらず概ねどの地域も事前分布(初期値)前後の値を示しており、地域の特徴を示すパラメータとはいえない。

合理的期待均衡

全てのパラメータの値が求まったので、再度 sims(2002)を用いて各地域の合理的期待均衡を求める。

北海道・東北

$$\begin{aligned}
 y_t &= 0.294041k_{t-1} + 0.016876k_{gt-1} + 0.889172z_{t-1} - 0.059738g_{t-1} - 0.001050\delta_{gt-1} + 1.107589\epsilon_{zt} - 0.089148\epsilon_{gs} - 0.001743\epsilon_{\delta gt} \\
 c_t &= 0.453437k_{t-1} + 0.010884k_{gt-1} + 0.438170z_{t-1} - 0.346181g_{t-1} - 0.001392\delta_{gt-1} + 0.545802\epsilon_{zt} - 0.516611\epsilon_{gs} - 0.002311\epsilon_{\delta gt} \\
 i_t &= -0.038760k_{t-1} + 0.040164k_{gt-1} + 2.495088z_{t-1} - 2.085701g_{t-1} - 0.000497\delta_{gt-1} + 3.107983\epsilon_{zt} - 3.112522\epsilon_{gs} - 0.000826\epsilon_{\delta gt} \\
 r_t^k &= -0.596993k_{t-1} + 0.012662k_{gt-1} + 0.627438z_{t-1} + 0.159052g_{t-1} - 0.000998\delta_{gt-1} + 0.781562\epsilon_{zt} + 0.237356\epsilon_{gs} - 0.001657\epsilon_{\delta gt} \\
 k_t &= 0.891034k_{t-1} + 0.004213k_{gt-1} + 0.261735z_{t-1} - 0.218790g_{t-1} - 0.000052\delta_{gt-1} + 0.326027\epsilon_{zt} - 0.326504\epsilon_{gs} - 0.000087\epsilon_{\delta gt} \\
 k_{gt} &= 0k_{t-1} + 0.900300k_{gt-1} + 0z_{t-1} + 0.724582g_{t-1} - 0.060049\delta_{gt-1} + 0\epsilon_{zt} + 1.081305\epsilon_{gs} - 0.099700\epsilon_{\delta gt} \\
 z_t &= 0.8028z_{t-1} + \epsilon_{zt} \\
 g_t &= 0.6701g_{t-1} + \epsilon_{gt} \\
 \delta_{gt} &= 0.6023\delta_{gt-1} + \epsilon_{\delta gt}
 \end{aligned}$$

関東

$$\begin{aligned}
 y_t &= 0.292246k_{t-1} + 0.096183k_{gt-1} + 0.950136z_{t-1} + 0.081208g_{t-1} - 0.005944\delta_{gt-1} + 1.098296\epsilon_{zt} + 0.131660\epsilon_{gs} - 0.009907\epsilon_{\delta gt} \\
 c_t &= 0.431029k_{t-1} + 0.057659k_{gt-1} + 0.512978z_{t-1} - 0.101722g_{t-1} - 0.007203\delta_{gt-1} + 0.592969\epsilon_{zt} - 0.164919\epsilon_{gs} - 0.012005\epsilon_{\delta gt} \\
 i_t &= -0.075256k_{t-1} + 0.227965k_{gt-1} + 2.421849z_{t-1} - 1.927830g_{t-1} - 0.003163\delta_{gt-1} + 2.799502\epsilon_{zt} - 3.125535\epsilon_{gs} - 0.005271\epsilon_{\delta gt} \\
 r_t^k &= -0.593347k_{t-1} + 0.071927k_{gt-1} + 0.692451z_{t-1} + 0.286329g_{t-1} - 0.005607\delta_{gt-1} + 0.800429\epsilon_{zt} + 0.464217\epsilon_{gs} - 0.009346\epsilon_{\delta gt} \\
 k_t &= 0.885593k_{t-1} + 0.024255k_{gt-1} + 0.257685z_{t-1} - 0.205121g_{t-1} - 0.000336\delta_{gt-1} + 0.297867\epsilon_{zt} - 0.332557\epsilon_{gs} - 0.000561\epsilon_{\delta gt} \\
 k_{gt} &= 0k_{t-1} + 0.900700k_{gt-1} + 0z_{t-1} + 1.520918g_{t-1} - 0.059580\delta_{gt-1} + 0\epsilon_{zt} + 2.465821\epsilon_{gs} - 0.099300\epsilon_{\delta gt} \\
 z_t &= 0.8651z_{t-1} + \epsilon_{zt} \\
 g_t &= 0.6168g_{t-1} + \epsilon_{gt} \\
 \delta_{gt} &= 0.6000\delta_{gt-1} + \epsilon_{\delta gt}
 \end{aligned}$$

中部

$$\begin{aligned}
 y_t &= 0.292805k_{t-1} + 0.196022k_{gt-1} + 0.949828z_{t-1} + 0.160148g_{t-1} - 0.012077\delta_{gt-1} + 1.097686\epsilon_{zt} + 0.279491\epsilon_{gs} - 0.020311\epsilon_{\delta gt} \\
 c_t &= 0.436183k_{t-1} + 0.118958k_{gt-1} + 0.519471z_{t-1} + 0.015426g_{t-1} - 0.014717\delta_{gt-1} + 0.600336\epsilon_{zt} + 0.026922\epsilon_{gs} - 0.024750\epsilon_{\delta gt} \\
 i_t &= -0.069384k_{t-1} + 0.466695k_{gt-1} + 2.430214z_{t-1} - 1.771596g_{t-1} - 0.006846\delta_{gt-1} + 2.808522\epsilon_{zt} - 3.091791\epsilon_{gs} - 0.011513\epsilon_{\delta gt} \\
 r_t^k &= -0.594482k_{t-1} + 0.146833k_{gt-1} + 0.693683z_{t-1} + 0.346875g_{t-1} - 0.011355\delta_{gt-1} + 0.801668\epsilon_{zt} + 0.605366\epsilon_{gs} - 0.019097\epsilon_{\delta gt} \\
 k_t &= 0.887287k_{t-1} + 0.049190k_{gt-1} + 0.256145z_{t-1} - 0.186726g_{t-1} - 0.000722\delta_{gt-1} + 0.296018\epsilon_{zt} - 0.325875\epsilon_{gs} - 0.001213\epsilon_{\delta gt} \\
 k_{gt} &= 0k_{t-1} + 0.900300k_{gt-1} + 0z_{t-1} + 1.110506g_{t-1} - 0.059282\delta_{gt-1} + 0\epsilon_{zt} + 1.938057\epsilon_{gs} - 0.099700\epsilon_{\delta gt} \\
 z_t &= 0.8653z_{t-1} + \epsilon_{zt} \\
 g_t &= 0.5730g_{t-1} + \epsilon_{gt} \\
 \delta_{gt} &= 0.5946\delta_{gt-1} + \epsilon_{\delta gt}
 \end{aligned}$$

近畿

$$\begin{aligned}
 y_t &= 0.292831k_{t-1} + 0.009620k_{gt-1} + 0.935488z_{t-1} - 0.058216g_{t-1} - 0.000595\delta_{gt-1} + 1.100315\epsilon_{zt} - 0.090509\epsilon_{gs} - 0.000994\epsilon_{\delta gt} \\
 c_t &= 0.435976k_{t-1} + 0.005830k_{gt-1} + 0.490005z_{t-1} - 0.302565g_{t-1} - 0.000729\delta_{gt-1} - 0.000729\epsilon_{zt} - 0.470406\epsilon_{gs} - 0.001218\epsilon_{\delta gt} \\
 i_t &= -0.070646k_{t-1} + 0.022915k_{gt-1} + 2.456738z_{t-1} - 2.034666g_{t-1} - 0.000321\delta_{gt-1} + 2.889600\epsilon_{zt} - 3.163348\epsilon_{gs} - 0.000537\epsilon_{\delta gt} \\
 r_t^k &= -0.594537k_{t-1} + 0.007210k_{gt-1} + 0.677039z_{t-1} + 0.155831g_{t-1} - 0.000561\delta_{gt-1} + 0.796329\epsilon_{zt} + 0.242275\epsilon_{gs} - 0.000937\epsilon_{\delta gt} \\
 k_t &= 0.887368k_{t-1} + 0.002411k_{gt-1} + 0.258449z_{t-1} - 0.214047g_{t-1} - 0.000034\delta_{gt-1} + 0.303986\epsilon_{zt} - 0.332784\epsilon_{gs} - 0.000056\epsilon_{\delta gt} \\
 k_{gt} &= 0k_{t-1} + 0.900500k_{gt-1} + 0z_{t-1} + 1.267334g_{t-1} + -0.059571\delta_{gt-1} + 0\epsilon_{zt} + 1.970358\epsilon_{gs} + 0.099500\epsilon_{\delta gt} \\
 z_t &= 0.8502z_{t-1} + \epsilon_{zt} \\
 g_t &= 0.6432g_{t-1} + \epsilon_{gt} \\
 \delta_{gt} &= 0.5987\delta_{gt-1} + \epsilon_{\delta gt}
 \end{aligned}$$

中国

$$\begin{aligned}
 y_t &= 0.293712k_{t-1} + 0.169910k_{gt-1} + 0.906365z_{t-1} + 0.076232g_{t-1} - 0.010487\delta_{gt-1} + 1.104380\epsilon_{zt} + 0.129756\epsilon_{gs} - 0.017555\epsilon_{\delta gt} \\
 c_t &= 0.445539k_{t-1} + 0.105929k_{gt-1} + 0.451473z_{t-1} - 0.088402g_{t-1} - 0.013267\delta_{gt-1} + 0.550108\epsilon_{zt} - 0.150471\epsilon_{gs} - 0.022208\epsilon_{\delta gt} \\
 i_t &= -0.057330k_{t-1} + 0.406279k_{gt-1} + 2.496061z_{t-1} - 1.889288g_{t-1} - 0.005599\delta_{gt-1} + 3.041380\epsilon_{zt} - 3.215809\epsilon_{gs} - 0.009372\epsilon_{\delta gt} \\
 r_t^k &= -0.596325k_{t-1} + 0.127657k_{gt-1} + 0.646774z_{t-1} + 0.272718g_{t-1} - 0.009905\delta_{gt-1} + 0.788077\epsilon_{zt} + 0.464200\epsilon_{gs} - 0.016580\epsilon_{\delta gt} \\
 k_t &= 0.890038k_{t-1} + 0.042253k_{gt-1} + 0.259590z_{t-1} - 0.196486g_{t-1} - 0.000582\delta_{gt-1} + 0.316304\epsilon_{zt} - 0.334444\epsilon_{gs} + -0.000975\epsilon_{\delta gt} \\
 k_{gt} &= 0k_{t-1} + 0.900500k_{gt-1} + 0z_{t-1} + 0.814504g_{t-1} - 0.059441\delta_{gt-1} + 0\epsilon_{zt} + 1.386390\epsilon_{gs} - 0.099500\epsilon_{\delta gt} \\
 z_t &= 0.8207z_{t-1} + \epsilon_{zt} \\
 g_t &= 0.5875g_{t-1} + \epsilon_{gt} \\
 \delta_{gt} &= 0.5974\delta_{gt-1} + \epsilon_{\delta gt}
 \end{aligned}$$

四国

$$\begin{aligned}
 y_t &= 0.293461k_{t-1} + 0.022078k_{gt-1} + 0.944154z_{t-1} - 0.055764g_{t-1} - 0.001225\delta_{gt-1} + 1.099131\epsilon_{zt} - 0.082565\epsilon_{gs} - 0.002031\epsilon_{\delta gt} \\
 c_t &= 0.447540k_{t-1} + 0.014477k_{gt-1} + 0.530082z_{t-1} - 0.343114g_{t-1} - 0.001654\delta_{gt-1} + 0.617092\epsilon_{zt} - 0.508016\epsilon_{gs} - 0.002743\epsilon_{\delta gt} \\
 i_t &= -0.045561k_{t-1} + 0.051067k_{gt-1} + 2.436647z_{t-1} - 2.078308g_{t-1} - 0.000418\delta_{gt-1} + 2.836609\epsilon_{zt} - 3.077152\epsilon_{gs} - 0.000693\epsilon_{\delta gt} \\
 r_t^k &= -0.595814k_{t-1} + 0.016670k_{gt-1} + 0.686113z_{t-1} + 0.164328g_{t-1} - 0.001180\delta_{gt-1} + 0.798734\epsilon_{zt} + 0.243305\epsilon_{gs} - 0.001958\epsilon_{\delta gt} \\
 k_t &= 0.889275k_{t-1} + 0.005408k_{gt-1} + 0.258041z_{t-1} - 0.220093g_{t-1} - 0.000044\delta_{gt-1} + 0.300397\epsilon_{zt} - 0.325870\epsilon_{gs} - 0.000073\epsilon_{\delta gt} \\
 k_{gt} &= 0k_{t-1} + 0.910000k_{gt-1} + 0z_{t-1} + 0.756335g_{t-1} - 0.054261\delta_{gt-1} + 0\epsilon_{zt} + 1.119833\epsilon_{gs} - 0.090000\epsilon_{\delta gt} \\
 z_t &= 0.8590z_{t-1} + \epsilon_{zt} \\
 g_t &= 0.6754g_{t-1} + \epsilon_{gt} \\
 \delta_{gt} &= 0.6029\delta_{gt-1} + \epsilon_{\delta gt}
 \end{aligned}$$

九州

$$\begin{aligned}
 y_t &= 0.293382k_{t-1} + 0.074318k_{gt-1} + 0.938028z_{t-1} - 0.010002g_{t-1} - 0.004627\delta_{gt-1} + 1.100455\epsilon_{zt} - 0.015545\epsilon_{gs} - 0.007675\epsilon_{\delta gt} \\
 c_t &= 0.446944k_{t-1} + 0.047161k_{gt-1} + 0.516792z_{t-1} - 0.243840g_{t-1} - 0.006019\delta_{gt-1} + 0.606278\epsilon_{zt} - 0.378986\epsilon_{gs} - 0.009985\epsilon_{\delta gt} \\
 i_t &= -0.045852k_{t-1} + 0.176096k_{gt-1} + 2.445604z_{t-1} - 2.033568g_{t-1} - 0.002202\delta_{gt-1} + 2.869080\epsilon_{zt} - 3.160659\epsilon_{gs} - 0.003654\epsilon_{\delta gt} \\
 r_t^k &= -0.595654k_{t-1} + 0.055635k_{gt-1} + 0.678549z_{t-1} + 0.205760g_{t-1} - 0.004393\delta_{gt-1} + 0.796046\epsilon_{zt} + 0.319800\epsilon_{gs} - 0.007288\epsilon_{\delta gt} \\
 k_t &= 0.889035k_{t-1} + 0.018684k_{gt-1} + 0.259479z_{t-1} - 0.215762g_{t-1} - 0.000234\delta_{gt-1} + 0.304409\epsilon_{zt} - 0.335346\epsilon_{gs} - 0.000388\epsilon_{\delta gt} \\
 k_{gt} &= 0k_{t-1} + 0.900300k_{gt-1} + 0z_{t-1} + 0.808446g_{t-1} - 0.060099\delta_{gt-1} + 0\epsilon_{zt} + 1.256521\epsilon_{gs} - 0.099700\epsilon_{\delta gt} \\
 z_t &= 0.8471z_{t-1} + \epsilon_{zt} \\
 g_t &= 0.6454g_{t-1} + \epsilon_{gt} \\
 \delta_{gt} &= 0.5984\delta_{gt-1} + \epsilon_{\delta gt}
 \end{aligned}$$

全国

$$\begin{aligned}
 y_t &= 0.292756k_{t-1} + 0.058913k_{gt-1} + 0.938020z_{t-1} - 0.002462g_{t-1} - 0.003671\delta_{gt-1} + 1.100446\epsilon_{zt} - 0.003827\epsilon_{gs} - 0.006089\epsilon_{\delta gt} \\
 c_t &= 0.437571k_{t-1} + 0.036098k_{gt-1} + 0.500018z_{t-1} - 0.230133g_{t-1} - 0.004586\delta_{gt-1} + 0.586600\epsilon_{zt} - 0.357683\epsilon_{gs} - 0.007608\epsilon_{\delta gt} \\
 i_t &= -0.063706k_{t-1} + 0.139793k_{gt-1} + 2.445381z_{t-1} - 2.019030g_{t-1} - 0.001844\delta_{gt-1} + 2.868818\epsilon_{zt} - 3.138064\epsilon_{gs} - 0.003060\epsilon_{\delta gt} \\
 r_t^k &= -0.594384k_{t-1} + 0.044081k_{gt-1} + 0.678565z_{t-1} + 0.211757g_{t-1} - 0.003475\delta_{gt-1} + 0.796064\epsilon_{zt} + 0.329122\epsilon_{gs} - 0.005765\epsilon_{\delta gt} \\
 k_t &= 0.887141k_{t-1} + 0.014832k_{gt-1} + 0.259455z_{t-1} - 0.214219g_{t-1} - 0.000196\delta_{gt-1} + 0.304382\epsilon_{zt} - 0.332949\epsilon_{gs} - 0.000325\epsilon_{\delta gt} \\
 k_{gt} &= 0k_{t-1} + 0.900300k_{gt-1} + 0z_{t-1} + 1.137167g_{t-1} - 0.060099\delta_{gt-1} + 0\epsilon_{zt} + 1.767434\epsilon_{gs} - 0.099700\epsilon_{\delta gt} \\
 z_t &= 0.8524z_{t-1} + \epsilon_{zt} \\
 g_t &= 0.6434g_{t-1} + \epsilon_{gt} \\
 \delta_{gt} &= 0.6028\delta_{gt-1} + \epsilon_{\delta gt}
 \end{aligned}$$

第4章

インパルスレスポンス分析

4.1 シナリオ設定

4.2 シナリオ 1

4.3 シナリオ 2

4.1 シナリオ設定

本研究の DSGE モデルには、経済ショックとして技術性ショック、政府支出ショックと本研究で構築した社会資本減耗率ショックが存在する。これらのショックを外生変数とし、内生変数の動学経路(インパルスレスポンス)を分析する。目的はあくまで社会資本の急速な老朽化による経済への影響を分析することなので、生産技術の効率性による影響の分析は行わない。分析は以下の2つのシナリオを用意する。

シナリオ1：社会資本の急速な老朽化による想定外な毀損によるインパルスレスポンス分析

シナリオ2：シナリオ1に対して、各地域の政府による緊急的な老朽化対策として政府支出増加を想定した時のインパルスレスポンス分析

シナリオ1では、社会資本の急速な老朽化が経済にどのような影響を与えるのか、また各変数のインパルスレスポンスのメカニズムを知るため、シナリオ2では政府が老朽化を発見した場合それを補うように緊急的に政府支出増加を行った場合の影響を見るため、2つの経済ショックを考える。

4.2 シナリオ1

シナリオ1は、背景で述べたような社会資本の急速な老朽化による想定外な毀損のみが発生し、この経済ショックが及ぼす影響(メカニズム)を分析する。方法は、本研究で構築した社会資本減耗率を外生的に上昇させ、社会資本ストックに下方ショックを及ぼすような変化を与える。具体的には1期に各地域の社会資本減耗率が1%上昇を考える(図-4.1)。この上昇率に関して、今後想定されることなので予想された数値が存在しないため、1%としている。まず、全国に対してこのシナリオ1を実行し、各変数のインパルスレスポンス分析を行う。(グラフ-4.1)グラフは縦軸が変化率、横軸は時間を示す期、0%は経済ショックの影響を受けていない定常状態を示す。

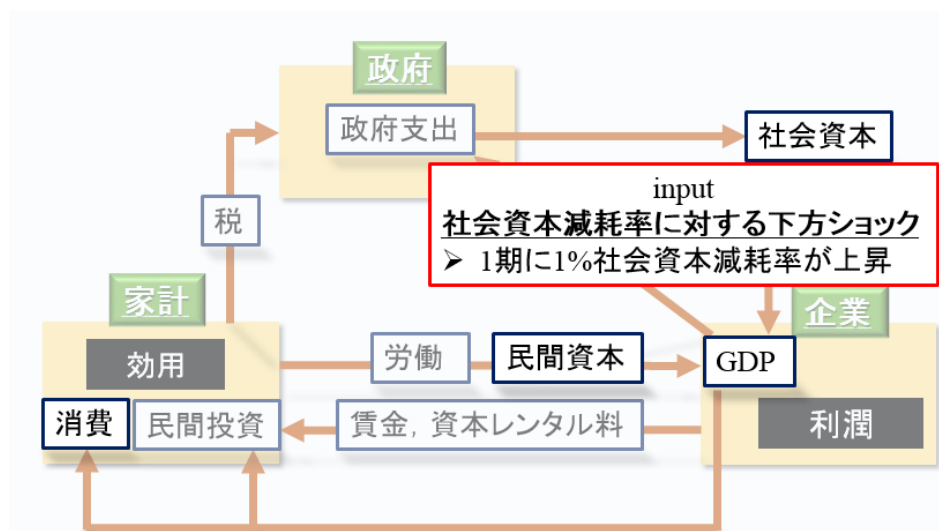
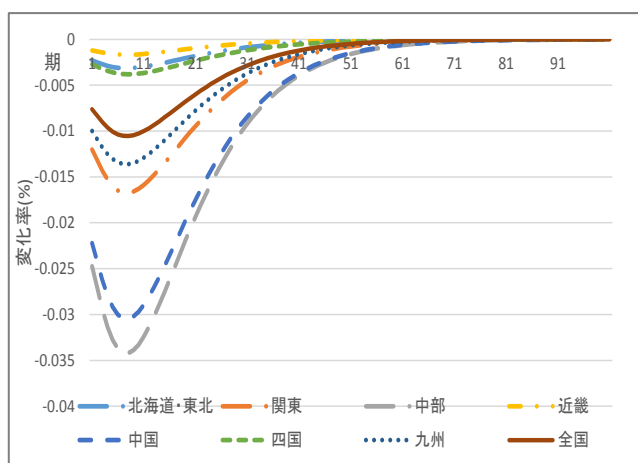


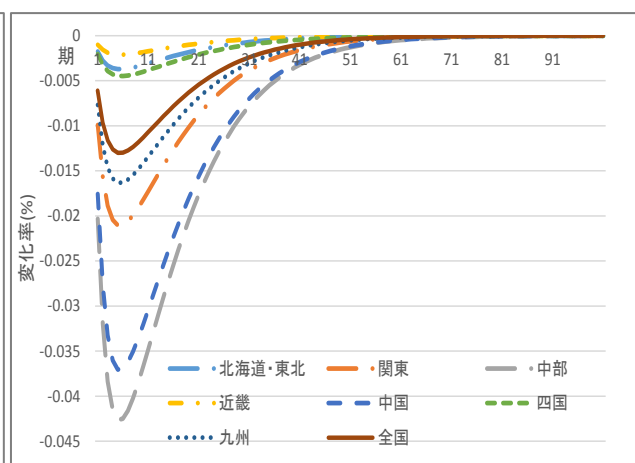
図-4.1 シナリオ1

グラフ-4.1 シナリオ 1(全地域)

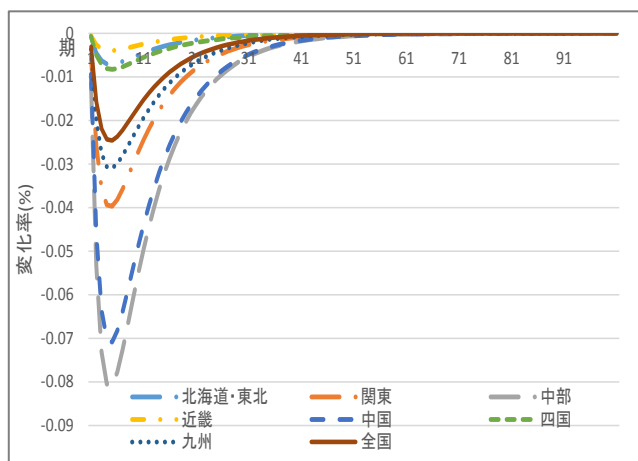
消費のインパルスレスポンス



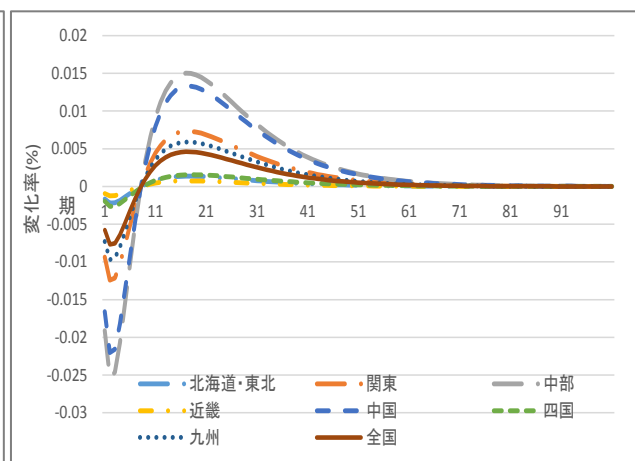
GDP のインパルスレスポンス



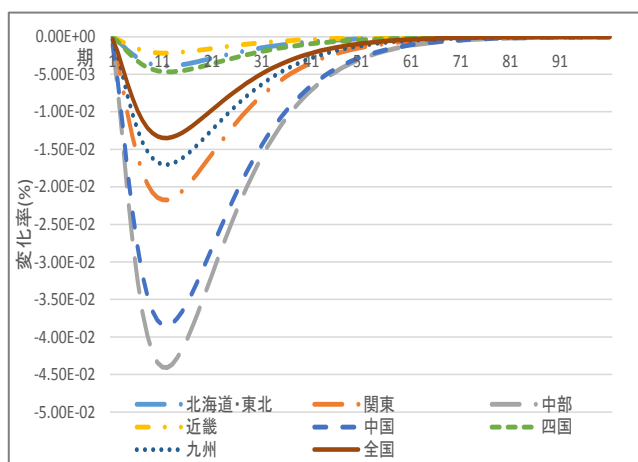
民間投資のインパルスレスポンス



資本レンタル料のインパルスレスポンス



民間資本のインパルスレスポンス



社会資本のインパルスレスポンス

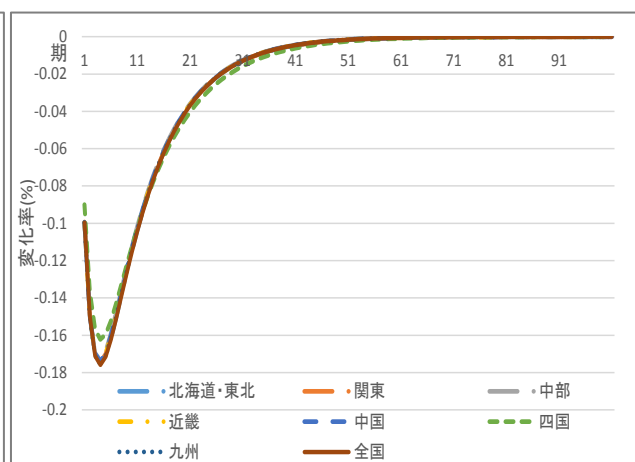


表-4.1 シナリオ 1(全地域)

消費				GDP			
地方	負の期間	正の期間	定常状態の期間	地方	負の期間	正の期間	定常状態の期間
北海道・東北	29	0	72	北海道・東北	26	0	75
関東	48	0	53	関東	46	0	55
中部	56	0	45	中部	53	0	48
近畿	20	0	81	近畿	19	0	82
中国	55	0	46	中国	52	0	49
四国	33	0	68	四国	31	0	70
九州	46	0	55	九州	43	0	58
全国	43	0	58	全国	40	0	61

民間投資				資本レンタル料			
地方	負の期間	正の期間	定常状態の期間	地方	負の期間	正の期間	定常状態の期間
北海道・東北	23	0	78	北海道・東北	5	14	82
関東	39	0	62	関東	7	40	54
中部	46	0	55	中部	7	48	46
近畿	18	0	83	近畿	3	0	98
中国	45	0	56	中国	7	48	46
四国	27	0	74	四国	6	19	76
九州	38	0	63	九州	7	38	56
全国	35	0	66	全国	7	34	60

民間資本				社会資本			
地方	負の期間	正の期間	定常状態の期間	地方	負の期間	正の期間	定常状態の期間
北海道・東北	34	0	67	北海道・東北	55	0	46
関東	53	0	48	関東	55	0	46
中部	61	0	40	中部	55	0	46
近畿	24	0	77	近畿	55	0	46
中国	61	0	40	中国	55	0	46
四国	38	0	63	四国	55	0	46
九州	51	0	50	九州	55	0	46
全国	48	0	53	全国	55	0	46

まず、シナリオ1に対する全国の各変数のインパルスレスポンスから考察していく。

社会資本減耗率の上昇はまず社会資本ストックの減少を招く。その影響は変化率が変数の中で基本的には最も大きく負の期間が最も長い。そして、社会資本ストックの減少によって社会資本が生産要素の一部であるGDPと資本レンタル料の式から資本レンタル料が減少する。続いて、財市場の均衡条件より消費と民間投資が減少する。民間投資の減少は民間資本の推移式より民間資本の減少を招く。

資本レンタル料が社会資本の毀損が発生後、負の方向に反応しているがすぐに正の方向に反応してから定常状態へ戻っている。社会資本の減少が大きすぎるために、資本レンタル料を増やすことで経済への負担を減らそうと企業が決定したと考えられる。

消費とGDPは同じような挙動を示し、定常状態へ戻る期間もだいたい似ている。民間投資は変数の中で一番負の期間が短い。民間資本を見ると、最大変化率は変数の中で一番ではないのだが、定常状態へ緩やかに戻っており、シナリオ1に対して一番長く影響を受けている。

次に地域別に考察していく。社会資本を見てみると全地域でほぼ同じインパルスレスポンスである。これより、シナリオ1に対してパラメータの違いで社会資本ストックの変化率に差が出ないことが分かる。

消費、GDP、民間投資、民間資本において一番変化率が大きくて負の期間が長いのは、中部、中国、関東、九州、四国、北海道・東北、そして近畿である。その差は大きく、中部は近畿の3倍の負の期間が存在している。これは第3章で推定した社会資本の生産性の大小と一致している。つまり社会資本の生産性が大きいほど、シナリオ1に対して経済が負の方向への反応が大きくなり、また負の期間が長くなっている。

資本レンタル料は社会資本の生産性が高いほど、負の方向と正の方向の期間が長くなっている。

シナリオ1より、社会資本老朽化による毀損は経済に対して長く影響を与え、また社会資本の生産性が高い地域では老朽化対策がより重要な役割を果たすと考えられる

4.3 シナリオ 2

シナリオ 2 では、シナリオ 1 のような社会資本の毀損を各地域の政府が認識したとして、緊急的に老朽化対策を実行させることを考える。具体的な老朽化対策として政府支出増加を考える。

政府支出増加は社会資本の毀損が発生した期と同じ期に設定する。方法は、各地域で毀損した社会資本ストック額分だけ、公共投資対 GDP を増加させるように政府支出ショックを増加させる。(図-2)

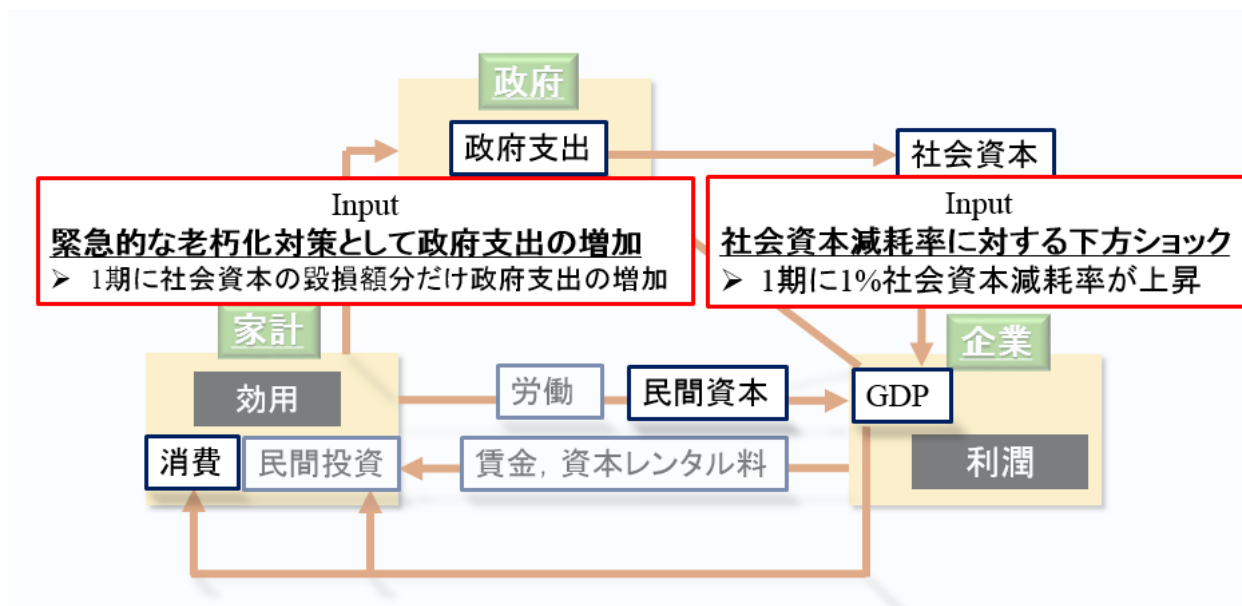


図-2 シナリオ 2

第 2 章で構築した線形近似した社会資本の推移式以下の通りである。

$$\hat{k}_{gt} + \delta_g \hat{\delta}_{gt} - \frac{y}{k_g} \hat{g}_t = (1 - \delta_g) \hat{k}_{gt-1}$$

この式より社会資本が 1 期に毀損した額 $\delta_g \hat{\delta}_{gt}$ を、 $\frac{y}{k_g} \hat{g}_t$ を増加させることで、シナリオ 2 を表現する。

第 3 章より、 $\frac{y}{k_g}$ は求めまっている(表-2)。これより、シナリオ 1 では社会資本減耗率が 1% の上昇、つまり

り $\hat{\delta}_{gt}=1$ 、 δ_g は各地方(表-2)なので、1 期に社会資本の毀損した額に対して増加させる政府支出 \hat{g}_t は $\frac{\delta_g k_g}{y}$ と求めることができる(表-2)。

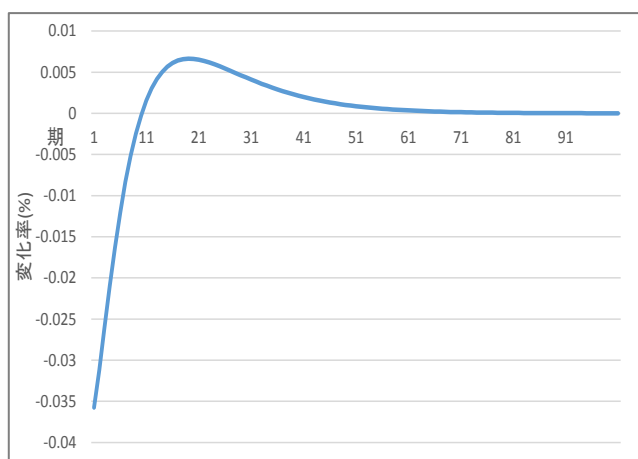
表-4.2 政府支出増加

地域	社会資本減耗率 δ_g	GDP 対社会資本 $\frac{y}{k_g}$	政府支出増加($\hat{g}_t = \frac{\delta_g k_g}{y}$)
北海道・東北	0.0997	1.0900092	0.091467
関東	0.0993	2.5455248	0.03901
中部	0.0997	1.9844824	0.05024
近畿	0.0995	1.9949909	0.049875
中国	0.0995	1.4054482	0.070796
四国	0.0999	1.2581762	0.079401
九州	0.1000	1.2851337	0.077813
全国	0.0997	1.8053983	0.055223

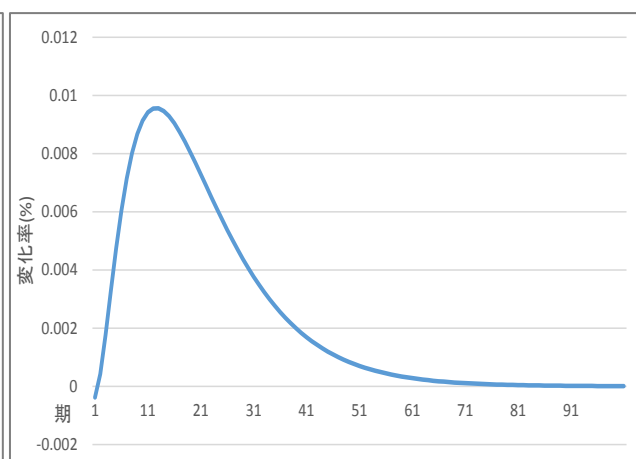
シナリオ 2 の考察を行う前に、政府支出増加は各変数にどのようなインパルスレスポンスをもたらすのかを説明する。そこで、政府支出増加(1 期に政府支出が 1%だけ増加)による経済のインパルスレスポンスを分析する(グラフ-4.3)。対象は全国である。

グラフ 4.3(全国)

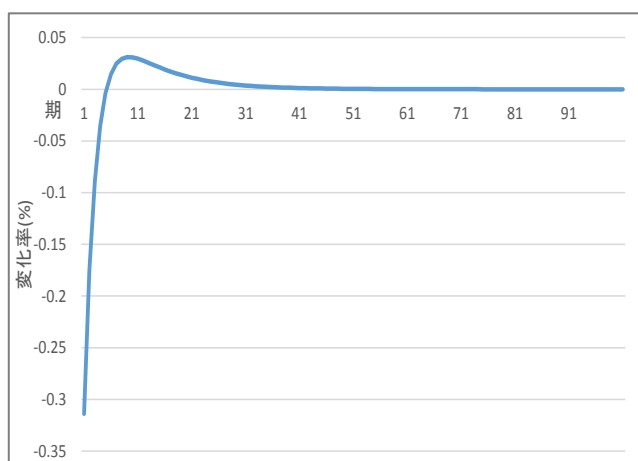
消費のインパルスレスポンス



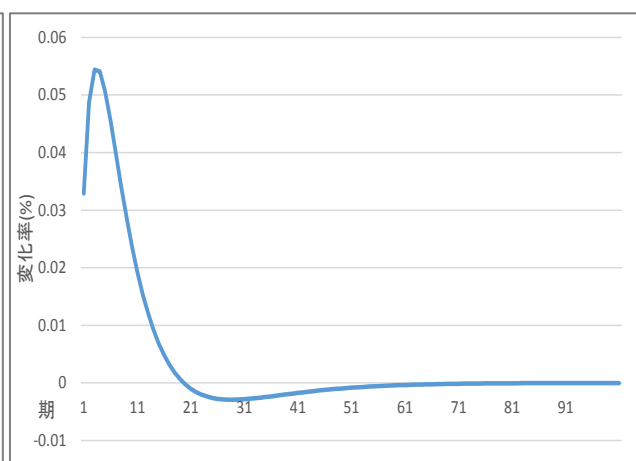
GDP のインパルスレスポンス



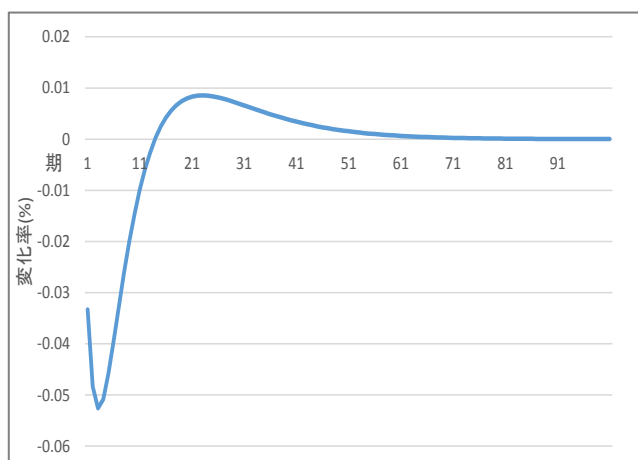
民間投資のインパルスレスポンス



資本レンタル料のインパルスレスポンス



民間資本のインパルスレスポンス



社会資本のインパルスレスポンス

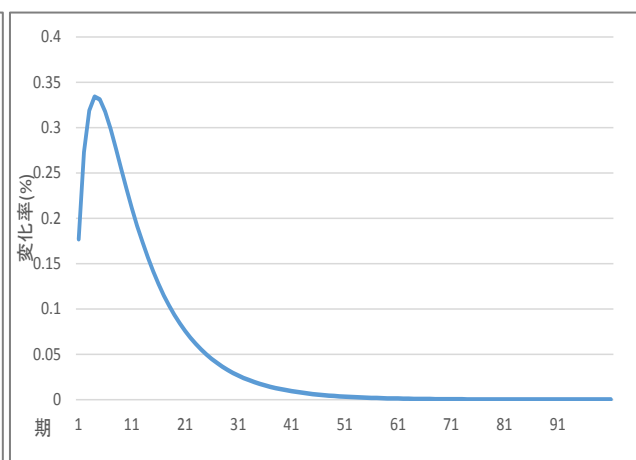


表-4.3 政府支出増加による各変数のインパルスレスポンス(全国)

変数	負の期間	正の期間	定常状態
消費	9	39	53
GDP	0	45	56
民間投資	5	17	79
資本レンタル料	18	28	55
民間資本	13	41	47
社会資本	0	62	39

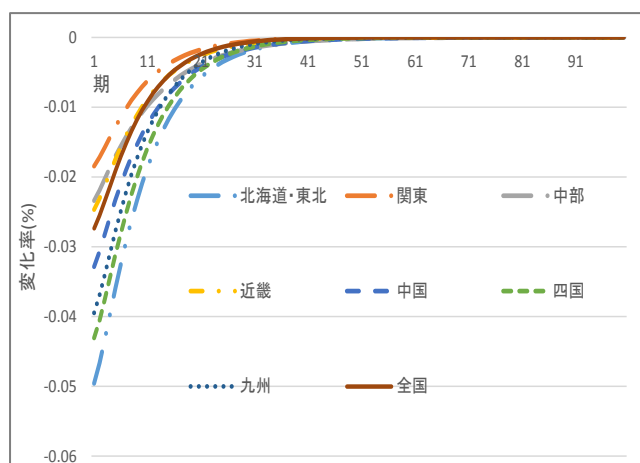
政府支出増加は、まず社会資本ストックの増加を招く。よって正の期間が一番長い。本研究では政府支出は全て家計の税によって賄われているので増税より、消費と民間投資と民間資本は負の方向に反応するのだが、3つの変数ともある期間を過ぎると社会資本の貯蓄を通じた正の資産効果が生じるため正の方向に反応している。資本レンタル料は、ショック直後の負の資産効果がある時には企業が資本レンタル料を増やすことで民間投資や消費や民間資本の増加を促しているが、これらの変数が正になると、今度は資本レンタル料を減らすことで企業は支出を減らそうとしているからである。

これより、政府支出の増加は経済から見ると、多くの変数において負の期間も存在するがそれよりも正の期間が長く存在することになる。

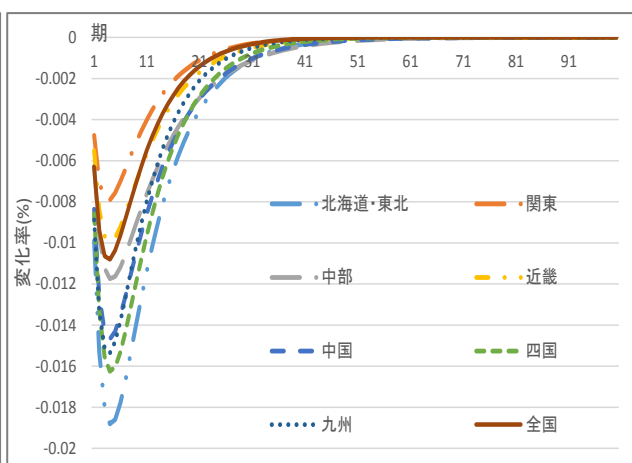
続いて、シナリオ1による社会資本の毀損に対する政府支出増加を考慮したシナリオ2を地域別に考察していく。

グラフ 4.4(全地域)

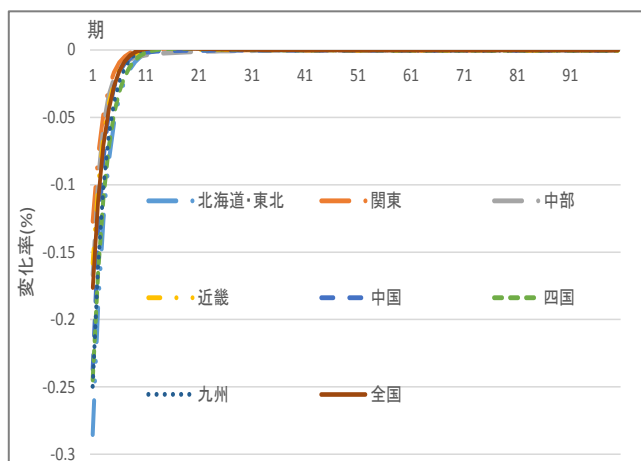
消費のインパルスレスポンス



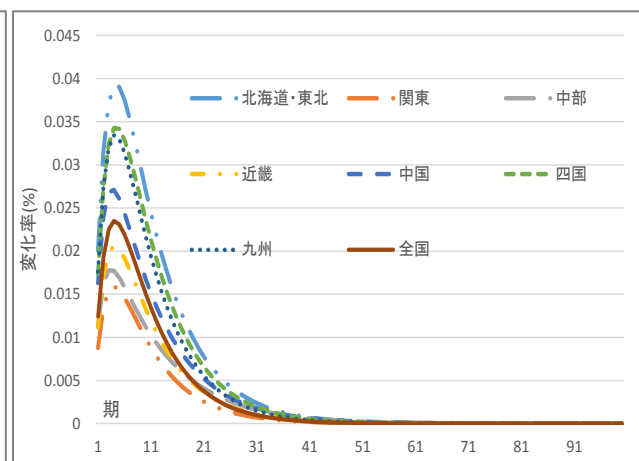
GDP のインパルスレスポンス



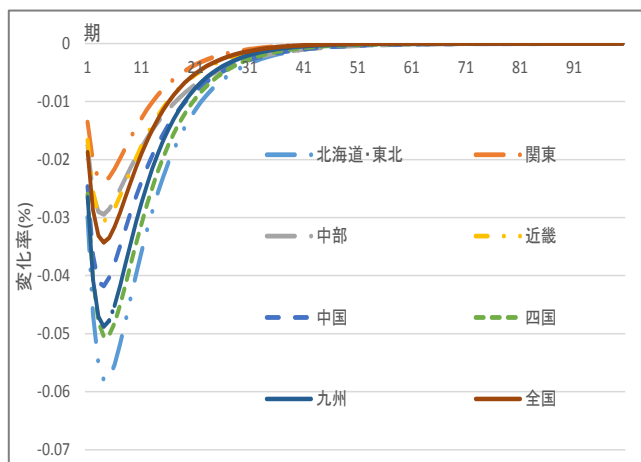
民間投資のインパルスレスポンス



資本レンタル料のインパルスレスポンス



民間資本のインパルスレスポンス



社会資本のインパルスレスポンス

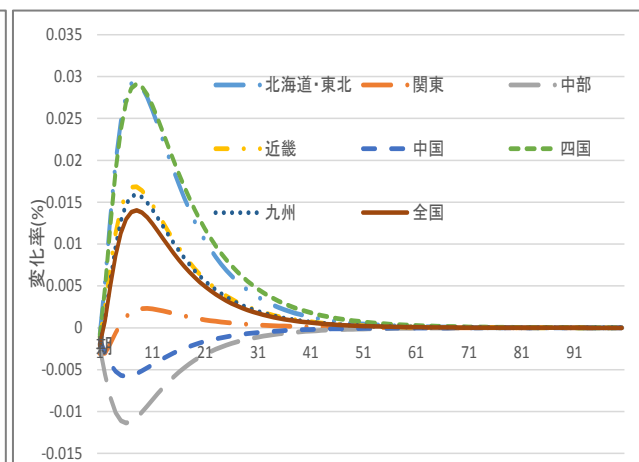


表-4.4 シナリオ 2(全地域)

消費				GDP			
地方	負の期間	正の期間	定常状態の期間	地方	負の期間	正の期間	定常状態の期間
北海道・東北	35	0	66	北海道・東北	31	0	70
関東	25	0	76	関東	21	0	80
中部	34	0	67	中部	32	0	69
近畿	28	0	73	近畿	25	0	76
中国	34	0	67	中国	31	0	70
四国	32	0	69	四国	29	0	72
九州	30	0	71	九州	26	0	75
全国	27	0	74	全国	23	0	78

民間投資				資本レンタル料			
地方	負の期間	正の期間	定常状態の期間	地方	負の期間	正の期間	定常状態の期間
北海道・東北	12	0	89	北海道・東北	0	38	63
関東	8	0	93	関東	0	28	73
中部	21	0	80	中部	0	35	66
近畿	10	0	91	近畿	0	31	70
中国	12	0	89	中国	0	36	65
四国	11	0	90	四国	0	36	65
九州	9	0	92	九州	0	33	68
全国	9	0	92	全国	0	30	71

民間資本				社会資本			
地方	負の期間	正の期間	定常状態の期間	地方	負の期間	正の期間	定常状態の期間
北海道・東北	41	0	60	北海道・東北	0	42	59
関東	31	0	70	関東	3	15	83
中部	41	0	60	中部	31	0	70
近畿	34	0	67	近畿	1	36	64
中国	40	0	61	中国	25	0	76
四国	38	0	63	四国	1	46	54
九州	35	0	66	九州	1	36	64
全国	32	0	69	全国	1	35	65

まず、シナリオ2に対する全国の各変数のインパルスレスポンスから考察していく。

まず、社会資本はシナリオ1と比較して負の期間が短くなっているのが分かる。負の期間は1期だけで、それよりも正の期間が増えており、政府は長期間で見ると、既存以上に社会資本への公共投資を増加させていることが分かる。これは、社会資本減耗率ショックと政府支出ショックをAR(1)過程としているのだが、政府支出が長くその効果が大きく行われていることを意味している。これは社会資本老朽化に対して、今後に備え1期以降も多くの政府支出増加による老朽化対策を行っており、社会資本ストックが増えているということである。

続いて、全国の各変数のインパルスレスポンスについて考察していく。まず、消費は43期から27期と負の期間が減っている。これは上記で記述したとおり、長期的に見ると社会資本ストックが増えることで社会資本の正の資産効果が、シナリオ1による社会資本ストックの減少と増税による負の資産効果を上回っているということである。同様の理由でGDP、民間投資、資本レンタル料、民間資本もシナリオ1に比べ負の期間を減っている。

次に地域別に考察していく。社会資本について、全地域でシナリオ1と比べ負の期間が小さくなっているが、中部と四国以外は全国と同様に負の期間以上に正の期間が増えている。しかし、中部と中国は負の期間だけとなっており、長期的に見ると政府支出増加による影響が他と比べ小さいことが分かる。言い換えると、中部と九州を境に社会資本の生産性が高い地域ほど、社会資本ストックが増えないことが分かる。これは社会資本が高い地域は社会資本の正の資産効果が大きく発揮するので、政府が社会資本ストックを増やすよりも、それに伴う増税を抑える方が合理的な行動であることを示している。

消費について、全国と同じように負の期間が減っているのは関東、中部、中国、四国、九州である。しかし、北海道・東北と近畿は負の期間が増えている。これは長期的に見ると、この2地域は政府支出増加により、社会資本ストックの正の期間を他地域と比べ増やしているが、社会資本の生産性が低すぎるために期待された効果が発揮されず、増税に伴う負の資産効果が大きかったことを示している。GDP、民間資本も消費と同様の傾向を示している。

民間投資は全地域で負の期間が減っている。よって民間投資だけを見ると、1期に毀損した社会資本ストック分だけ、1期に政府支出を増加させるという公共投資政策は有効だといえる。

資本レンタル料について、これはどの地域も負の期間が無くなり、正の期間がどの地域もだいたい同じ期間になっている。

シナリオ2より、民間投資を除いて社会資本の生産性が低い地域ではストックを回復させる効果以上に、増税による負の資産効果の影響が大きいのので、急速な老朽化による社会資本の想定外な毀損額だけ政府支出増加による緊急的な公共投資政策は必ずしも、経済にとって効果的でないと言う事ができる。

第 5 章

結論

5.1 本研究から得られたこと

5.2 問題点

5.1 本研究から得られたこと

本研究は、長期性があり寿命変動リスクが大きい社会資本が急速な老朽化による想定外なストック毀損が経済へ及ぼす影響を動学的に評価するため、社会資本老朽化を表現できる DSGE モデルを新たに構築した。更に、社会資本ストック量や生産性の違いによりこの影響は地域別異なると考え構築したモデルを用いて分析を行った。

この分析を通じて、社会資本老朽化はストックの減少を招くだけでなく、消費や GDP などの経済に大きく長く影響を受けることを示した。また地域別にみると、社会資本の生産性というパラメータに大きく関係があり、このパラメータが大きいほど社会資本老朽化による影響が大きいということが分かった。更にそれに伴う政府支出増加による緊急的な老朽化対策を行うことは地域によっては経済により大きな負の影響を与えてしまうということが分かった。

5.2 問題点

第一に DSGE モデルを地域別の分析に用いる方法にある。DSGE モデルは本来、消費税増税による影響分析など一国の経済分析に用いるモデルである。本研究では構築したモデルが各地域で存在、つまり日本の 7 地域で自立的な経済圏を構成していると仮定している。現実では例えば国からの財源に制約が多い地域ほど地方交付税交付金の依存が大きく、地域間での経済のやり取りが盛んだがその経済システムは明らかになっていない。ベイズ推定を行う際に用いる県民経済計算も同様な問題を抱えている。しかし、経済政策や社会政策の多くは県単位や地域単位で展開されている。パラメータ推定では地域別に行ったが、モデル内で地域間の経済活動を表現できるようにするなどの工夫が必要だと思われる。

第二に用いているモデルは DSGE モデルでも基礎的な RBC モデルに分類され、本分析は理論的な前提が非現実的であるということである。あくまでも簡単なメカニズムを解明するために行ったものであり、現実でのデータと照らし合わせた実証分析を行い、評価を行う必要がある。

第三に経済ショックがモデル内で波及、拡大していくメカニズムが備わっていないことである。つまり、社会資本の急速な毀損や政府支出増加による社会資本ストック量の増加は、例えば社会資本の生産性パラメータを変化させると考えることができるし、GDP や消費も期間が進むと水準が上がると思われるが、本研究ではパラメータの値は常に一定であり各変数の水準は期間によらず常に一定としている。

参考文献

- 1) 佐近翔, 石倉智樹 : 社会資本の老朽化による国民経済への影響分析, 土木計画学研究・論文集, 2015
- 2) 江口允崇 : 動学的一般均衡モデルによる財政政策の分析, 三菱経済研究所, 2011
- 3) 北岡孝義, 高橋青天, 溜川健一, 矢野順治 : EViews で学ぶ実証分析の方法, 日本評論社, 2013
- 4) 加藤涼 : 現代マクロ経済学講義, 東洋経済新報社, 2006
- 5) 加藤裕人, 宮城俊彦 : DSGE モデルによる公共投資の効果分析とモデルの事変パラメータ推定, 土木計画学研究・論文集, Vol.68, No.5, pp.121-130, 2012
- 6) 小池淳司, 漆谷敏和, 樋野誠一 : 流動性の罫を考慮した DSGE モデルによる公共事業の効果に関する分析, 土木計画学研究・論文集, Vol.68, No.4, pp.113-119, 2012
- 7) 矢野浩一 : Dynare による動学的確率的一般均衡シミュレーション〜新ケインズ派マクロ経済モデルへの応用〜, ESRI Discussion Paper, 2008
- 8) 加藤久和 : キャッシュ・イン・アドバンス制約を持つ DSGE モデルの推定, 政経論叢, 79, pp.111-140, 2011
- 9) 小西葉子 : わが国における地方別社旗資本投資の生産性と効率性, 経済科学第 52 巻第 3 号, pp.75-86, 2004
- 10) 加藤裕人, 宮城俊彦, 仲原由布子 : 社会資本整備を内包した経済成長モデルの構造パラメータ推定, 土木計画学研究・論文集, Vol.27, No.1, pp.41-48, 2010
- 11) 大越利秀 : データで見る地方の現状・都道府県別資産の生産力効果, 土地総合研究, 2015 年号, pp.185-193, 2015
- 12) 内閣府 : 日本の社会資本 2012, 2012
- 13) 吉野直行・中東雅樹 : 社会資本の効果ー日本の戦後の経験ー, 開発金融研究所報, 5-20, 2000
- 14) Sugo, T. and K. Ueda : Estimating a DSGE Model for Japan : Evaluating and Modifying a CEE /SW/LOWW Model, Journal of the Japanese and International Economies, 22, 465-502, 2008
- 15) Blanchard, O. J. and Kahn, C. M. : The solution of Linear Difference Models under Rational Expectations, Econometrica, Vol. 48, pp. 1305-1311, 1980.
- 16) Sims, C. (2002) "Solving Linear Rational Expectations Models," *Computational Economics*, 20, 1-20.

謝辞

本論文を執筆するに当たり、多くの方からのご協力、ご指導に感謝いたします。私は、大学2年時に意思決定論等の経済学部専門科目を少しではありますが受講していました。経済学には興味が、この研究室で経済に基づいた研究をしたいと思っていました。しかし、研究が始まると基礎知識が少ない経済分野の中の更にDSGEモデルといった誰に言ってもわからないようなモデルを勉強、構築は自分にできるのかと、不安でありました。しかし、指導教官である石倉先生からは研究に関して多くの議論を交わし丁寧なご指導、アドバイスにより無事研究を進めることができました。また、小根山先生からは常に客観的なご指摘をいただくことで、今まで自分が見えなかった研究を円滑に進めることが出来ました。柳原先生には主に中間発表では、私の研究で一番複雑だったパラメータ推定について多くの指摘を頂いたことで深く理解することができました。秘書である甲川さんには学生が研究を行ううえで多大なサポートをしていただきました。副査である吉嶺先生には研究の新規性やモデルの特徴など詳しく説明できるようにご指導していただき感謝しております。

同期で共に過ごした内田君、桜庭君、朱さん、佐藤悠貴君、板東君、藤井君、横山純也君、には共に励ましあいながら研究活動を行えて本当に良かったと思っております。また研究以外にもたくさんの思い出ができ楽しく3年間を過ごすことができました。M1の岩崎君、尾山さん、佐藤理久斗君、田中君、松山さん、横山楓君は研究室の飲み会やフットサルを企画してくださったり中間発表で鋭い指摘をいただいたり、研究室での生活を有意義に過ごすことができました。B4の池田君、梶川君、下田君、松田君、宮川君、劉君、若井さんには研究を真剣に励む姿を見て自分も頑張ろうと思えることができました。

最後に、無事に大学院まで支えてくださいました両親、家族に深く感謝の意を示します。

平成29年2月 佐近 翔

付録

誤差項と観測誤差の推定

収束判定

誤差項と観測誤差の推定

DSGE モデルの MCMC 法によるパラメータ推定では、ディープパラメータだけではなく、各経済ショックの誤差項と観測誤差を同時に推定している。事前分布全地域統一し、江口を参考似に表-1 の通りに設定する。

表-1 誤差項と観測誤差の事前分布

パラメータ名	記号	分布	平均値	標準偏差
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	逆ガンマ	0.1	0.1
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	逆ガンマ	0.1	0.1
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	逆ガンマ	0.1	0.1
消費の観測誤差	η_c	逆ガンマ	0.1	0.1
GDP の観測誤差	η_y	逆ガンマ	0.1	0.1
民間投資の観測誤差	η_i	逆ガンマ	0.1	0.1
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	逆ガンマ	0.1	0.1

ショックの誤差項と観測誤差の事前分布と事後分布(北海道・東北)

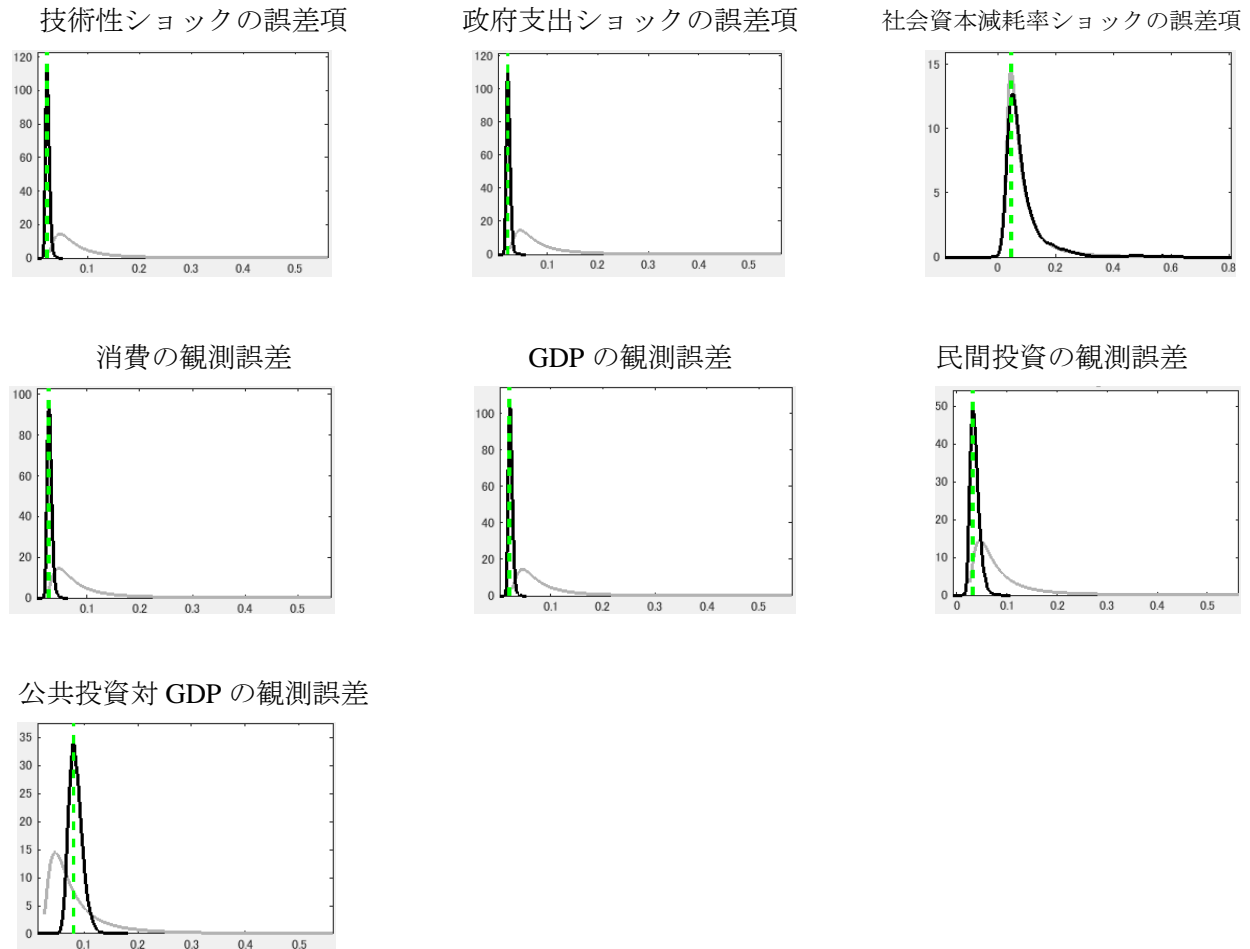
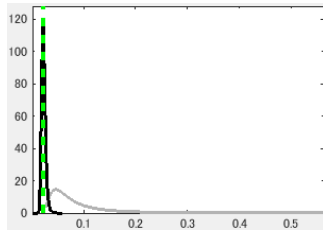


表-2 推定結果(北海道・東北)

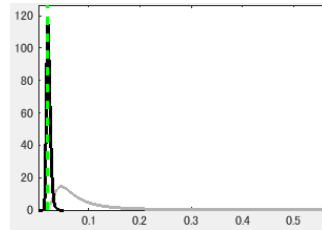
パラメータ名	記号	平均値	90%信用区間
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	0.0227	0.0168~0.0285
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	0.0227	0.0168~0.0288
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	0.0896	0.0219~0.1677
消費の観測誤差	η_c	0.0288	0.0216~0.0355
GDP の観測誤差	η_y	0.0229	0.0168~0.0290
民間投資の観測誤差	η_i	0.0359	0.0221~0.0494
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	0.0845	0.0647~0.1044

ショックの誤差項と観測誤差の事前分布と事後分布(関東)

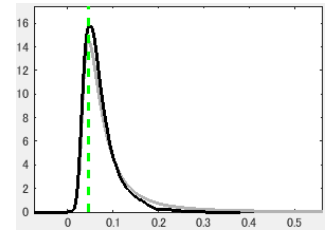
技術性ショックの誤差項



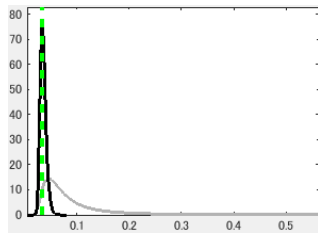
政府支出ショックの誤差項



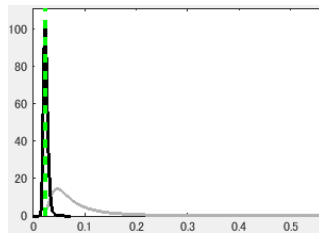
社会資本減耗率ショックの誤差項



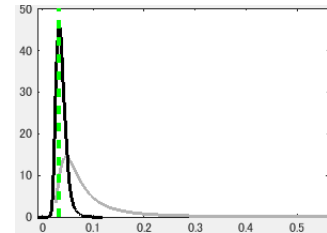
消費の観測誤差



GDP の観測誤差



民間投資の観測誤差



公共投資対 GDP の観測誤差

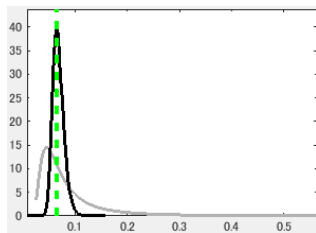


表-3 推定結果(関東)

パラメータ名	記号	平均値	90%信用区間
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	0.0226	0.0166~0.0284
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	0.0219	0.0161~0.0281
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	0.0712	0.0249~0.1221
消費の観測誤差	η_c	0.0357	0.0265~0.0444
GDP の観測誤差	η_y	0.0241	0.0174~0.0308
民間投資の観測誤差	η_i	0.0369	0.0220~0.0509
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	0.0685	0.0505~0.0845

ショックの誤差項と観測誤差の事前分布と事後分布(中部)

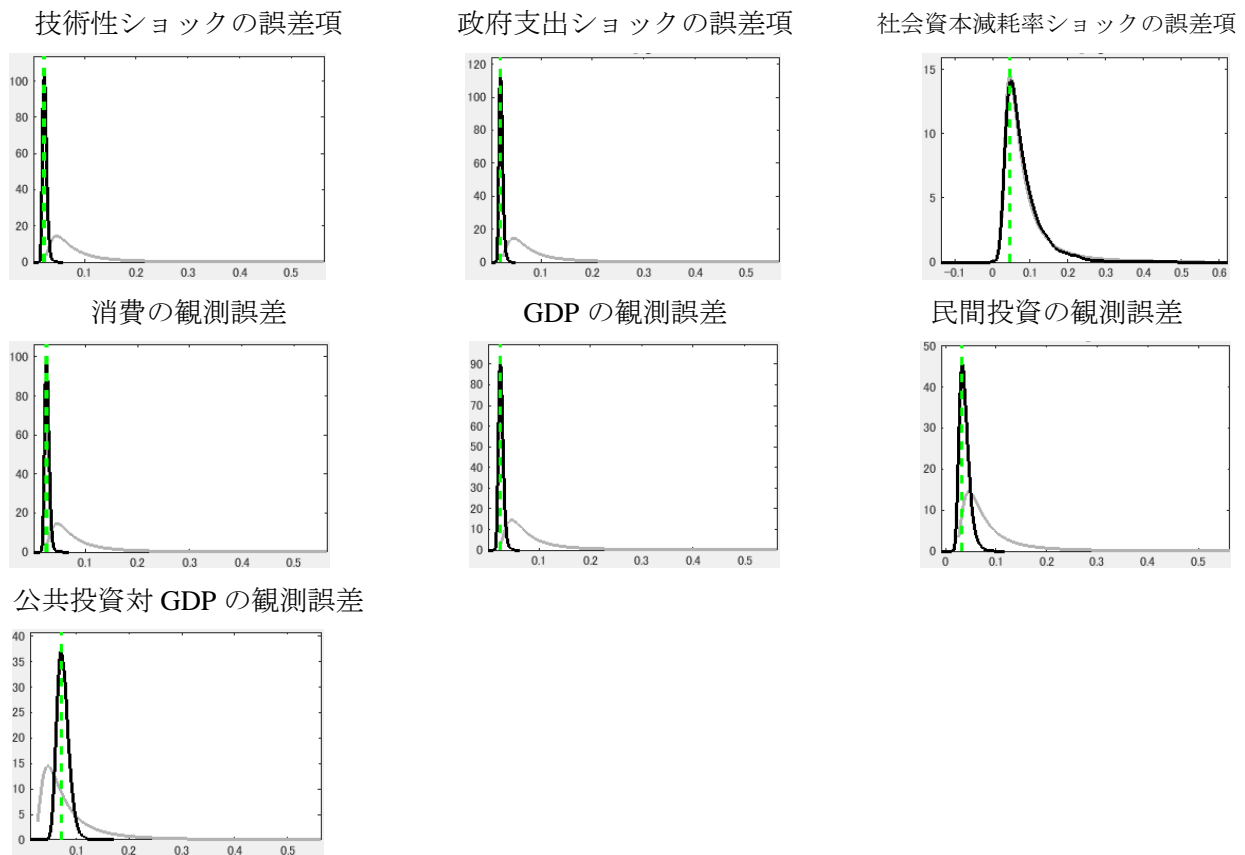


表-4 推定結果(中部)

パラメータ名	記号	平均値	90%信用区間
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	0.0235	0.0172~0.0298
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	0.0229	0.0164~0.0279
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	0.0797	0.0257~0.1440
消費の観測誤差	η_c	0.0269	0.0201~0.0335
GDP の観測誤差	η_y	0.0258	0.0185~0.0330
民間投資の観測誤差	η_i	0.0375	0.0225~0.0524
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	0.0748	0.0562~0.0918

ショックの誤差項と観測誤差の事前分布と事後分布(近畿)

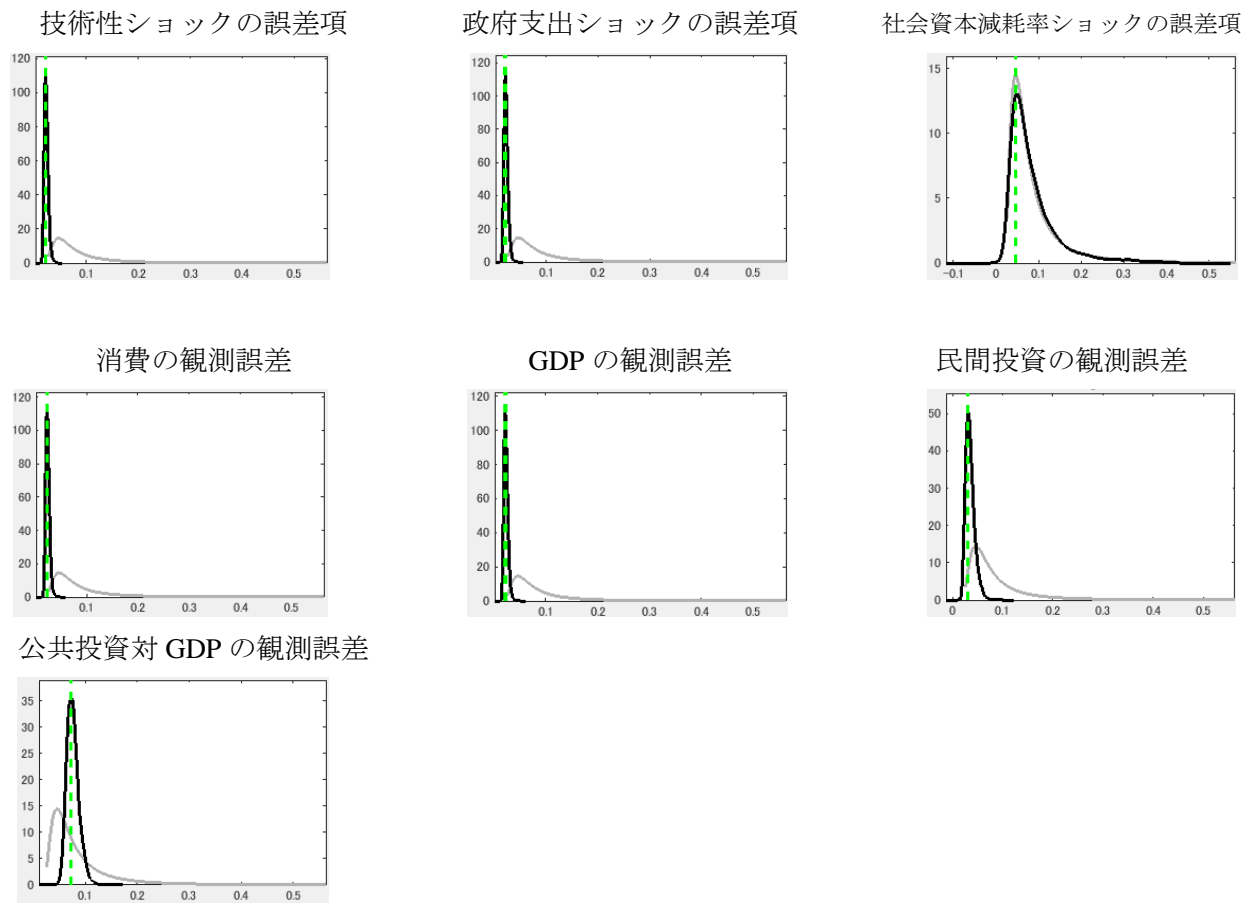
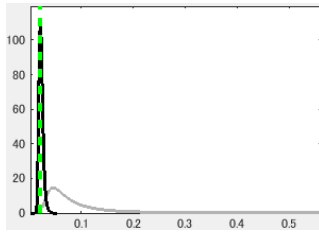


表-5 推定結果(近畿)

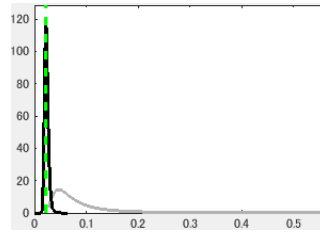
パラメータ名	記号	平均値	90%信用区間
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	0.0226	0.0164~0.0284
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	0.0222	0.0163~0.0284
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	0.858	0.0238~0.1574
消費の観測誤差	η_c	0.0240	0.0182~0.0299
GDP の観測誤差	η_y	0.0230	0.0169~0.0290
民間投資の観測誤差	η_i	0.0352	0.0208~0.0483
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	0.0763	0.0570~0.0942

ショックの誤差項と観測誤差の事前分布と事後分布(中国)

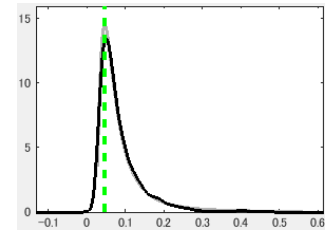
技術性ショックの誤差項



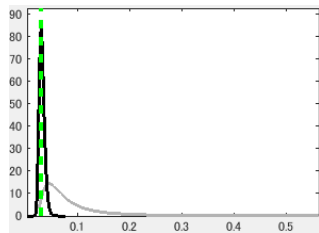
政府支出ショックの誤差項



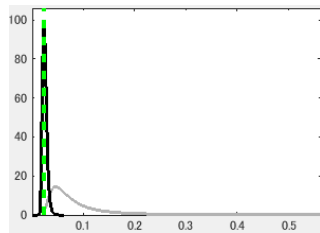
社会資本減耗率ショックの誤差項



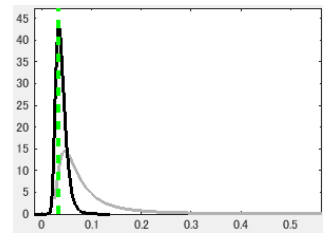
消費の観測誤差



GDP の観測誤差



民間投資の観測誤差



公共投資対 GDP の観測誤差

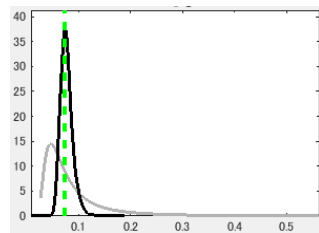


表-6 推定結果(中国)

パラメータ名	記号	平均値	90%信用区間
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	0.0230	0.0164~0.0288
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	0.0228	0.0167~0.0286
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	0.0832	0.0233~0.1531
消費の観測誤差	η_c	0.0323	0.0244~0.0405
GDP の観測誤差	η_y	0.0246	0.0180~0.0314
民間投資の観測誤差	η_i	0.0390	0.0229~0.0547
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	0.0764	0.0571~0.0940

ショックの誤差項と観測誤差の事前分布と事後分布(四国)

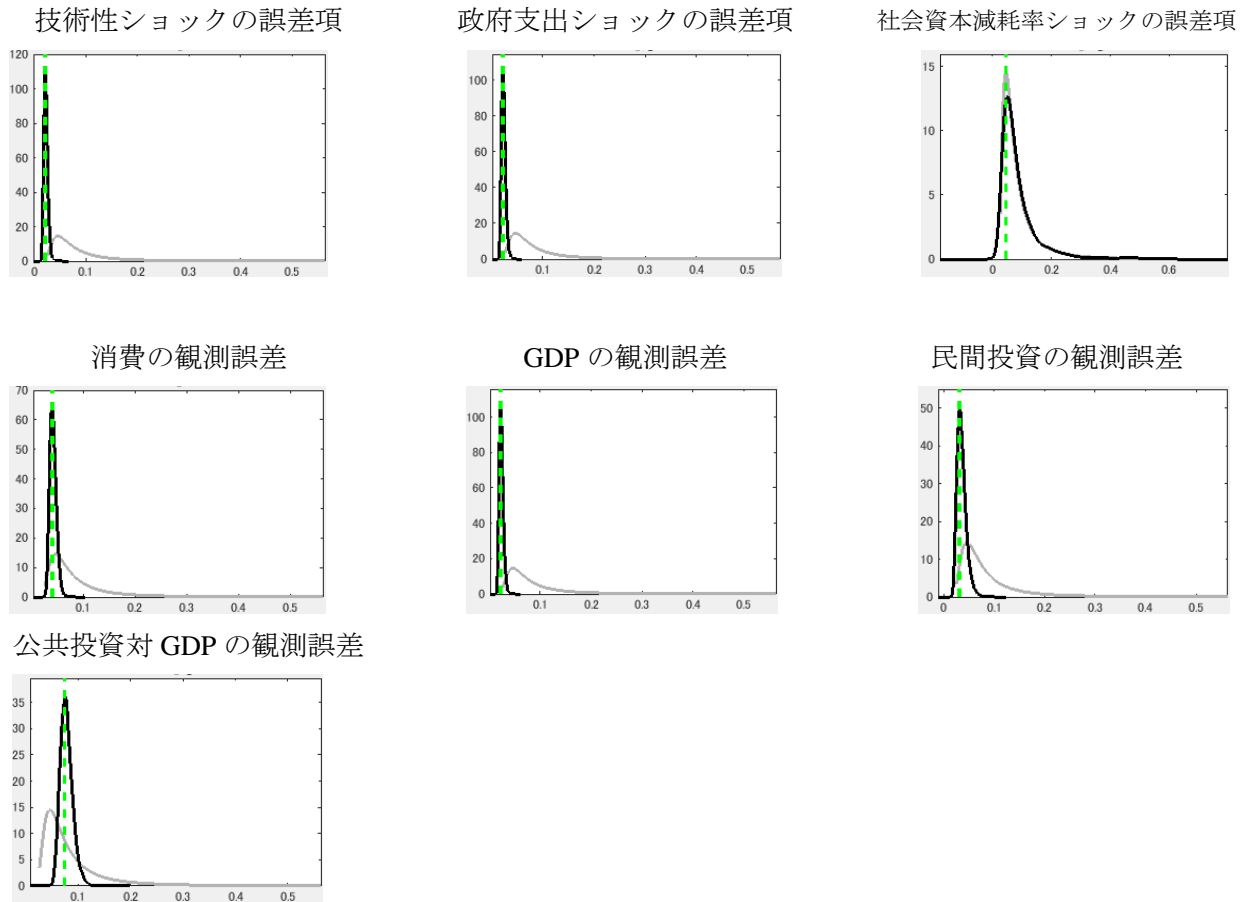


表-7 推定結果(四国)

パラメータ名	記号	平均値	90%信用区間
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	0.0228	0.0165~0.0288
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	0.0233	0.0171~0.0297
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	0.0885	0.0235~0.1633
消費の観測誤差	η_c	0.0419	0.0316~0.0516
GDP の観測誤差	η_y	0.0234	0.0170~0.0295
民間投資の観測誤差	η_i	0.0360	0.0215~0.0490
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	0.0776	0.0589~0.0962

ショックの誤差項と観測誤差の事前分布と事後分布(九州)

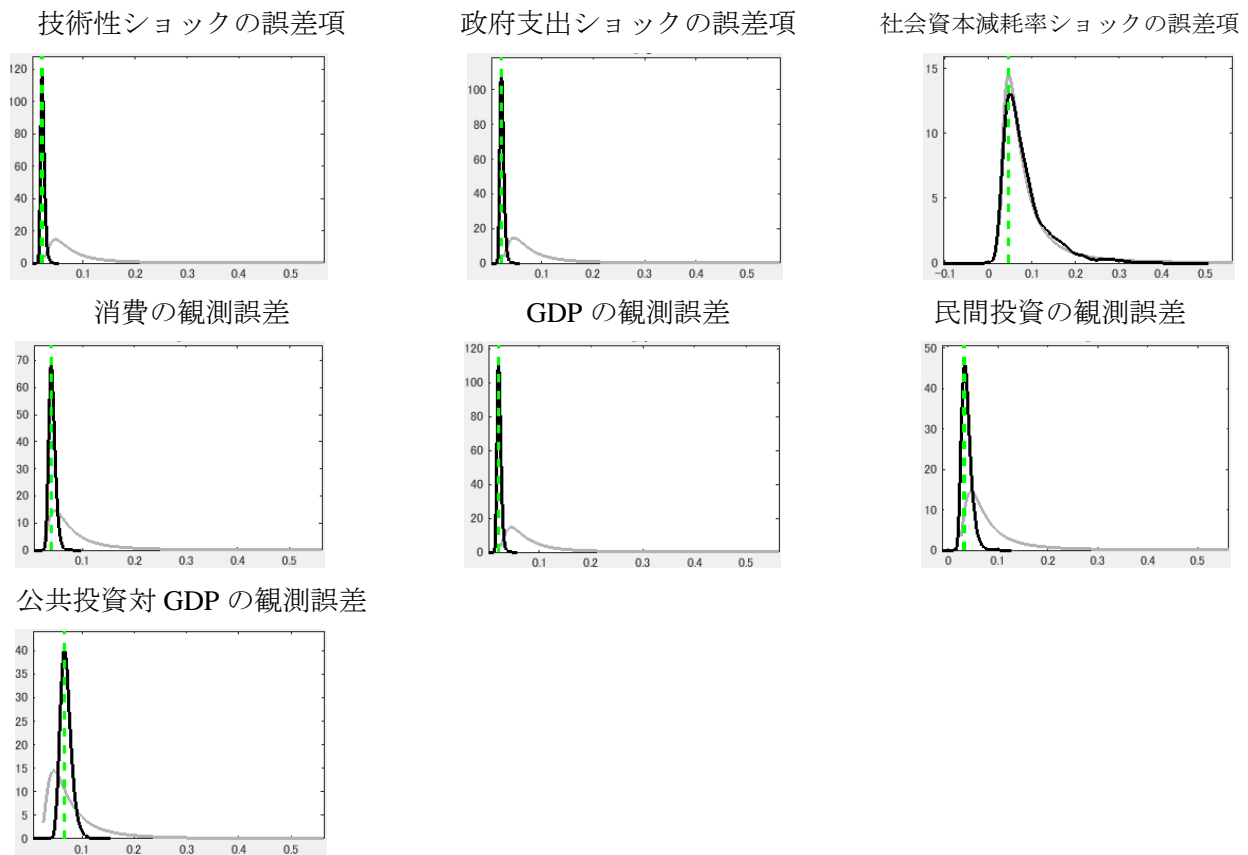
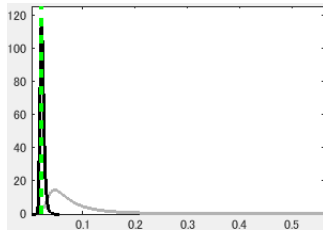


表-8 推定結果(九州)

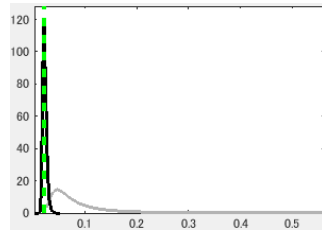
パラメータ名	記号	平均値	90%信用区間
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	0.0219	0.0162~0.0280
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	0.0227	0.0166~0.0284
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	0.0836	0.0239~0.1564
消費の観測誤差	η_c	0.0413	0.0311~0.0509
GDP の観測誤差	η_y	0.0230	0.0171~0.0290
民間投資の観測誤差	η_i	0.0373	0.0225~0.0519
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	0.0696	0.0529~0.0867

ショックの誤差項と観測誤差の事前分布と事後分布(全国)

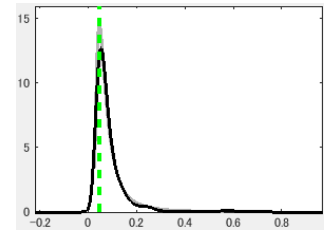
技術性ショックの誤差項



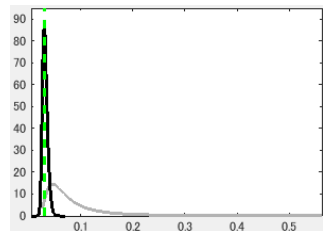
政府支出ショックの誤差項



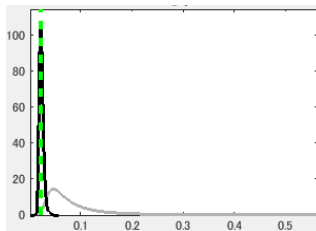
社会資本減耗率ショックの誤差項



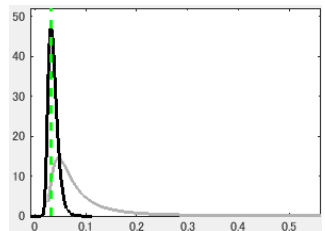
消費の観測誤差



GDP の観測誤差



民間投資の観測誤差



公共投資対 GDP の観測誤差

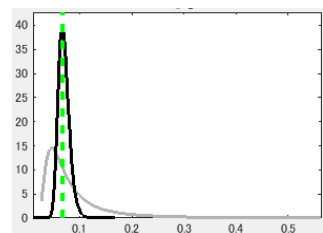


表-9 推定結果(九州)

パラメータ名	記号	平均値	90%信用区間
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	0.0225	0.0164~0.0283
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	0.0222	0.0163~0.0281
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	0.0885	0.0226~0.1511
消費の観測誤差	η_c	0.0316	0.0241~0.0396
GDP の観測誤差	η_y	0.0233	0.0169~0.0296
民間投資の観測誤差	η_i	0.0360	0.0217~0.0499
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	0.0695	0.0527~0.0861

収束判定

推定パラメータの burn-in 以降のサンプルが得られたら、事後分布からのサンプルに収束しているかを判定する必要がある。Dynare ではチェーン数が 1 つの場合に、Geweke(1992)によって提案された収束判定を行っている。これはあるパラメータ θ の CD(Convergence Diagnostic)統計量はそのパラメータの burn-in 以降の M 個のサンプルの中の最初から M_A 個のサンプルの平均 $\overline{\theta_A}$ と最後から M_B 個のサンプルの平均 $\overline{\theta_B}$ を使用して以下のように表される。

$$CD = \frac{\overline{\theta_A} - \overline{\theta_B}}{\sqrt{(SE(\overline{\theta_A}))^2 + (SE(\overline{\theta_B}))^2}}$$

$(SE(\overline{\theta_A}))$ と $(SE(\overline{\theta_B}))$ はそれぞれ、 θ_A と $\overline{\theta_B}$ の標準偏差を示している。これは、最初から M_A 個のサンプルと最後から M_B 個のサンプルの平均の差の検定統計量であり、 θ の burn-in 以降の M 個のサンプルが事後分布からのサンプルに収束していれば、平均に差は無いはずである。本研究では $M_A = 0.2M$, $M_B = 0.5M$ とする。また示す優位水準は 4%, 8%, 15% の 3 パターン示す。p 値が 0.05 以上なら仮説は採択され、マルコフ連鎖@は収束していると判断される。

表-10 Geweke(1992)による収束判定(北海道・東北)

パラメータ名	記号	4% p 値	8% p 値	15% p 値
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	0.633	0.646	0.591
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	0.690	0.673	0.671
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	0.172	0.214	0.202
消費の観測誤差	η_c	0.411	0.398	0.385
GDP の観測誤差	η_y	0.060	0.027	0.016
民間投資の観測誤差	η_i	0.898	0.904	0.912
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	0.021	0.014	0.008
社会資本の生産性	v	0.790	0.812	0.832
民間資本減耗率	δ_p	0.814	0.800	0.785
社会資本減耗率	δ_g	0.927	0.924	0.911
生産性技術ショックの持続性	ρ_z	0.730	0.747	0.765
政府支出ショックの持続性	ρ_g	0.129	0.132	0.109
社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$	0.935	0.935	0.940

表-11 Geweke(1992)による収束判定(関東)

パラメータ名	記号	4% p 値	8% p 値	15% p 値
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	0.040	0.036	0.037
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	0.678	0.661	0.667
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	0.745	0.760	0.769
消費の観測誤差	η_c	0.867	0.858	0.840
GDP の観測誤差	η_y	0.812	0.806	0.798
民間投資の観測誤差	η_i	0.454	0.433	0.439
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	0.345	0.282	0.223
社会資本の生産性	v	0.378	0.382	0.345
民間資本減耗率	δ_p	0.832	0.835	0.819
社会資本減耗率	δ_g	0.356	0.380	0.406
生産性技術ショックの持続性	ρ_z	0.616	0.631	0.626
政府支出ショックの持続性	ρ_g	0.264	0.27	0.275
社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$	0.257	0.278	0.254

表-12 Geweke(1992)による収束判定(中部)

パラメータ名	記号	4% p 値	8% p 値	15% p 値
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	0.999	0.999	0.999
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	0.664	0.661	0.603
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	0.950	0.952	0.951
消費の観測誤差	η_c	0.637	0.639	0.663
GDP の観測誤差	η_y	0.904	0.898	0.878
民間投資の観測誤差	η_i	0.136	0.147	0.090
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	0.638	0.658	0.678
社会資本の生産性	v	0.746	0.735	0.679
民間資本減耗率	δ_p	0.811	0.805	0.810
社会資本減耗率	δ_g	0.032	0.027	0.011
生産性技術ショックの持続性	ρ_z	0.567	0.571	0.536
政府支出ショックの持続性	ρ_g	0.769	0.751	0.742
社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$	0.079	0.065	0.052

表-13 Geweke(1992)による収束判定(近畿)

パラメータ名	記号	4% p 値	8% p 値	15% p 値
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	0.411	0.459	0.511
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	0.722	0.718	0.690
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	0.182	0.213	0.207
消費の観測誤差	η_c	0.360	0.338	0.331
GDP の観測誤差	η_y	0.977	0.978	0.977
民間投資の観測誤差	η_i	0.473	0.486	0.459
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	0.346	0.275	0.232
社会資本の生産性	v	0.465	0.404	0.293
民間資本減耗率	δ_p	0.461	0.471	0.428
社会資本減耗率	δ_g	0.971	0.969	0.965
生産性技術ショックの持続性	ρ_z	0.912	0.903	0.887
政府支出ショックの持続性	ρ_g	0.892	0.884	0.875
社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$	0.782	0.786	0.803

表-14 Geweke(1992)による収束判定(中国)

パラメータ名	記号	4% p 値	8% p 値	15% p 値
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	0.818	0.811	0.802
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	0.489	0.474	0.452
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	0.423	0.429	0.439
消費の観測誤差	η_c	0.58	0.549	0.517
GDP の観測誤差	η_y	0.242	0.165	0.165
民間投資の観測誤差	η_i	0.267	0.226	0.218
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	0.410	0.400	0.330
社会資本の生産性	v	0.378	0.379	0.390
民間資本減耗率	δ_p	0.689	0.696	0.698
社会資本減耗率	δ_g	0.504	0.466	0.426
生産性技術ショックの持続性	ρ_z	0.807	0.808	0.788
政府支出ショックの持続性	ρ_g	0.427	0.380	0.355
社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$	0.035	0.031	0.031

表-15 Geweke(1992)による収束判定(四国)

パラメータ名	記号	4% p 値	8% p 値	15% p 値
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	0.150	0.159	0.147
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	0.340	0.363	0.300
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	0.622	0.639	0.594
消費の観測誤差	η_c	0.783	0.771	0.713
GDP の観測誤差	η_y	0.794	0.775	0.739
民間投資の観測誤差	η_i	0.128	0.151	0.176
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	0.811	0.802	0.769
社会資本の生産性	v	0.705	0.712	0.721
民間資本減耗率	δ_p	0.292	0.299	0.272
社会資本減耗率	δ_g	0.852	0.836	0.837
生産性技術ショックの持続性	ρ_z	0.238	0.212	0.112
政府支出ショックの持続性	ρ_g	0.936	0.939	0.936
社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$	0.115	0.105	0.086

表-16 Geweke(1992)による収束判定(九州)

パラメータ名	記号	4% p 値	8% p 値	15% p 値
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	0.005	0.004	0.001
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	0.037	0.034	0.051
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	0.841	0.839	0.840
消費の観測誤差	η_c	0.665	0.676	0.675
GDP の観測誤差	η_y	0.178	0.228	0.303
民間投資の観測誤差	η_i	0.532	0.561	0.603
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	0.171	0.167	0.157
社会資本の生産性	v	0.408	0.371	0.341
民間資本減耗率	δ_p	0.588	0.568	0.527
社会資本減耗率	δ_g	0.602	0.566	0.519
生産性技術ショックの持続性	ρ_z	0.961	0.959	0.950
政府支出ショックの持続性	ρ_g	0.512	0.492	0.445
社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$	0.744	0.726	0.710

表-17 Geweke(1992)による収束判定(全国)

パラメータ名	記号	4% p 値	8% p 値	15% p 値
技術性ショックの誤差項	ϵ_z	0.432	0.365	0.386
政府支出ショックの誤差項	ϵ_g	0.379	0.352	0.311
社会資本減耗率ショックの誤差項	$\epsilon_{\delta g}$	0.204	0.256	0.240
消費の観測誤差	η_c	0.523	0.531	0.513
GDP の観測誤差	η_y	0.320	0.243	0.199
民間投資の観測誤差	η_i	0.343	0.330	0.361
公共投資対 GDP の観測誤差	η_g	0.214	0.166	0.098
社会資本の生産性	v	0.833	0.851	0.849
民間資本減耗率	δ_p	0.164	0.219	0.249
社会資本減耗率	δ_g	0.177	0.185	0.131
生産性技術ショックの持続性	ρ_z	0.277	0.265	0.219
政府支出ショックの持続性	ρ_g	0.512	0.496	0.405
社会資本減耗率ショックの持続性	$\rho_{\delta g}$	0.690	0.699	0.682